



ESTUDIOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--

Martes 4 de noviembre de 2003 (tarde)

1 hora

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de alumno en la casilla de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en el cuadro correspondiente de la portada del examen (p. ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. Utilizando la fórmula $V = \pi r^2(H - h)$, y el valor de π dado por la calculadora, halle el valor de V cuando $r = 4,26$; $H = 21,58$ y $h = 14,35$.
- (a) Escriba el resultado completo que le muestra su calculadora.
 - (b) Exprese la respuesta con dos cifras decimales.
 - (c) Exprese la respuesta con dos cifras significativas.
 - (d) Escriba la respuesta del apartado (c) en la forma $a \times 10^k$ donde $1 \leq a < 10$ y $k \in \mathbb{Z}$.

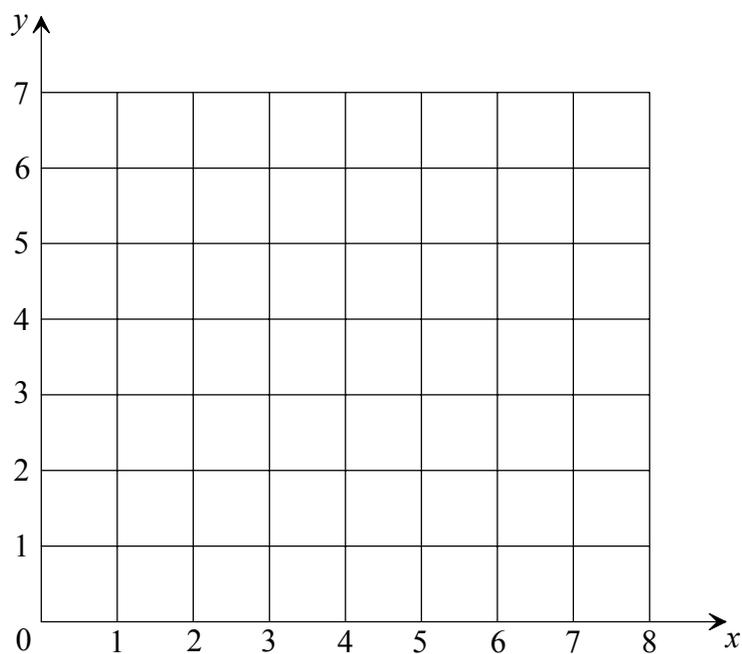
Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____
- (d) _____

2. Sean dos puntos dados por $A(4, 3)$ y $B(5, 7)$.

(a) Represente estos puntos en la cuadrícula siguiente:



(b) Una los puntos mediante una línea recta.

(c) Calcule la pendiente de la recta AB.

Operaciones:

Respuesta:

(c) _____

3. El cuarto término de una sucesión aritmética es 12 y el décimo término es 42.
- (a) Llamando u_1 al primer término y d a la diferencia, escriba dos ecuaciones en u_1 y d que reflejen la información anterior.
 - (b) Resuelva el sistema para hallar los valores de u_1 y d .

Operaciones:

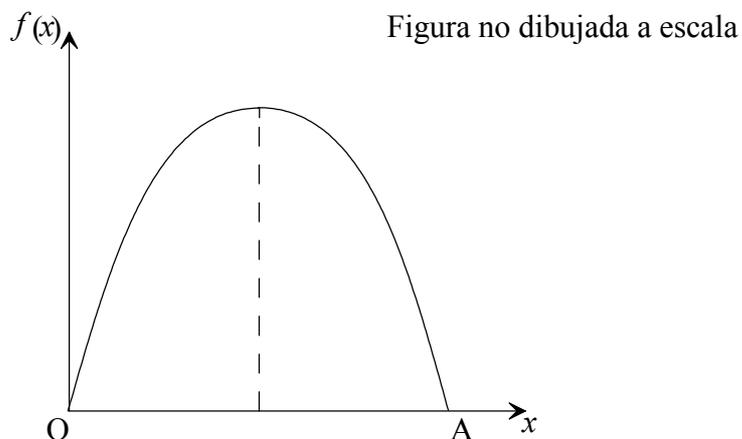
Respuestas:

(a) _____

(b) $u_1 =$ _____

$d =$ _____

4. La gráfica de la función $f : x \mapsto 30x - 5x^2$ viene dada por el siguiente diagrama:



- (a) Factorice completamente $30x - 5x^2$.
- (b) Halle las coordenadas del punto A.
- (c) Escriba la ecuación del eje de simetría.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

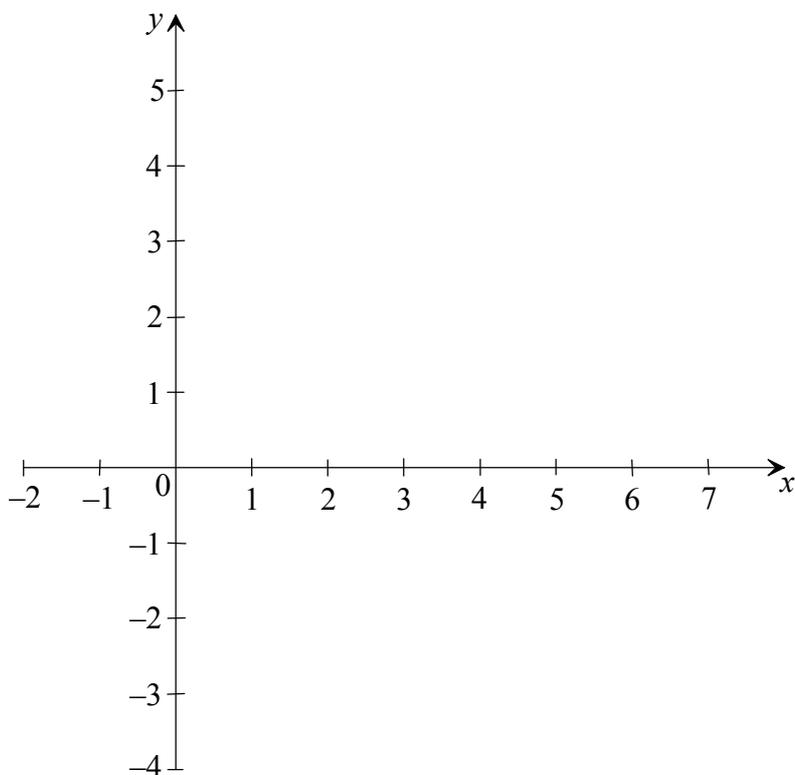
5. Dadas dos proposiciones p y q , complete la siguiente tabla de verdad para la proposición compuesta:

$$(p \wedge \neg q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg p \vee q$	$(p \wedge \neg q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$
V	V	F	F	F	(d)	V
V	F	F	V	(b)	F	(f)
F	V	(a)	F	(c)	V	(g)
F	F	V	V	F	(e)	(h)

Operaciones:

6. (a) Dibuje las rectas $x + y = 4$ y $y = x - 3$ en el siguiente sistema de ejes, identificando cada una de ellas.



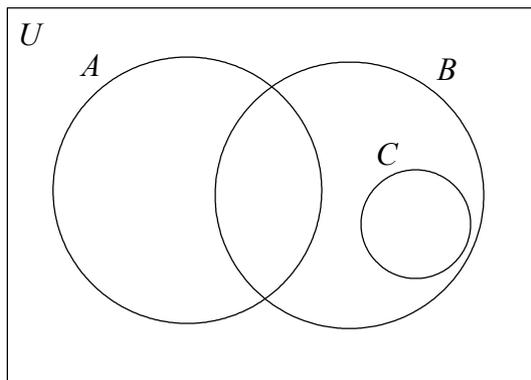
- (b) Indique, sombreando el área, la región correspondiente a:

$$x + y \leq 4 \quad \text{y} \quad y \geq x - 3.$$

- (c) Rotule esta región con la letra R.

Operaciones:

7. El siguiente diagrama de Venn muestra los conjuntos U , A , B y C :



Indique si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos de acuerdo a la información ofrecida en el diagrama de Venn.

- (a) $A \cap C = \emptyset$
- (b) $C \cup B = C$
- (c) $C \subset (A \cup B)$
- (d) $A \subset C'$

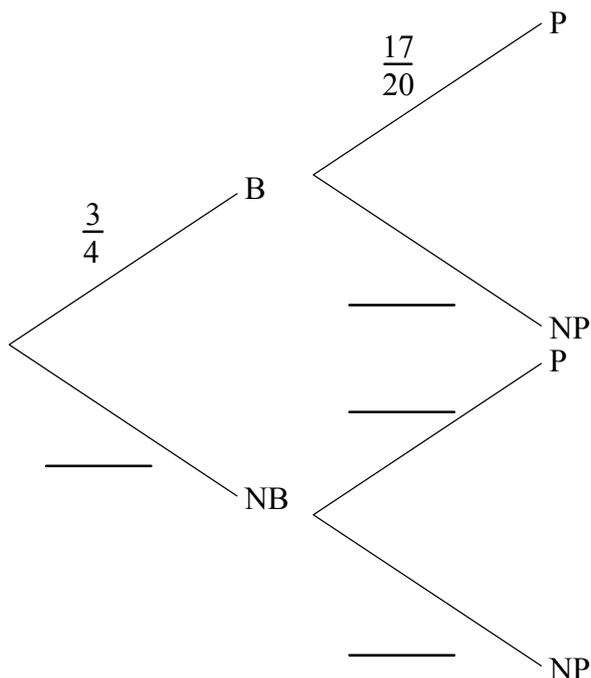
Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____
- (d) _____

8. Hoy Felipe quiere ir de paseo. La probabilidad de que el tiempo sea bueno (B) es $\frac{3}{4}$. Si el tiempo es bueno, la probabilidad de que vaya de paseo (P) es $\frac{17}{20}$. Si el pronóstico meteorológico no es de buen tiempo (NB), la probabilidad de que vaya de paseo es $\frac{1}{5}$.

(a) Complete el diagrama de árbol de probabilidad relativo a esta información:



(b) ¿Cuál es la probabilidad de que Felipe vaya de paseo?

Operaciones:

Respuesta:

(b) _____

9. Los vectores \mathbf{p} y \mathbf{q} están definidos por $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -7 \\ 24 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$.

(a) (i) Halle $|\mathbf{p}|$.

(ii) Si $|\mathbf{p}| = k|\mathbf{q}|$ con $k \in \mathbb{Z}$, calcule el valor de k .

(b) ¿Son \mathbf{p} y \mathbf{q} paralelos? Justifique claramente su respuesta.

Operaciones:

Respuestas:

(a) (i) _____

(ii) _____

(b) _____

10. Sea la función $f(x) = 2\text{sen}x - 1$, con $0 \leq x \leq 720^\circ$.

- (a) Escriba el período de la función.
- (b) Halle el valor mínimo de la función.
- (c) Resuelva la ecuación $f(x) = 1$.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

11. David invierte 6000 dólares australianos (AUD) en un banco que ofrece el 6 % de interés compuesto anual.
- (a) Calcule la cantidad de dinero que tendrá dentro de 10 años.
 - (b) Al cabo de los 10 años, David retira 5000 AUD para invertirlos en otro banco que ofrece el 8 % de interés compuesto anual. Calcule la cantidad **total** de dinero que tendrá en los dos bancos después de otro año más. Aproxime su respuesta al dólar australiano más cercano.

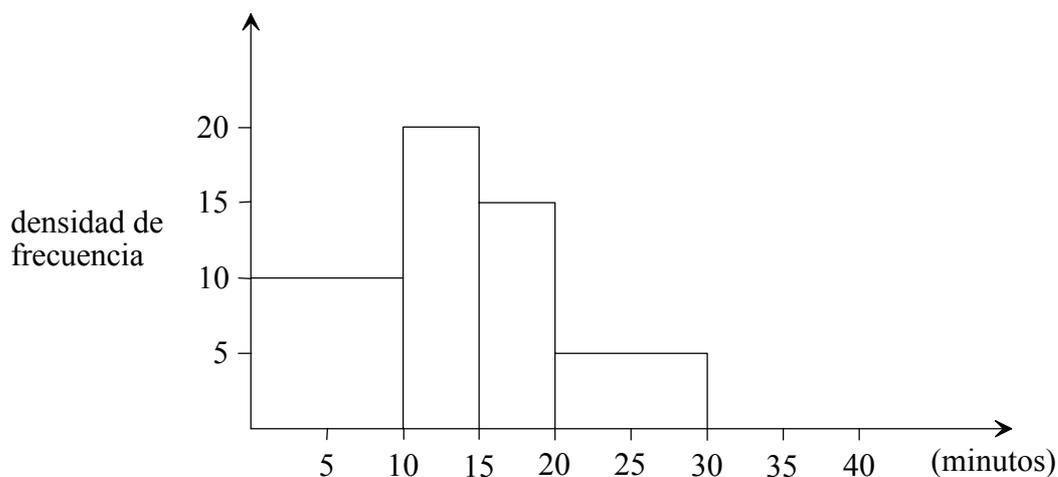
Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

12. El histograma de densidad de frecuencia que aparece a continuación muestra el tiempo, en minutos, que tardan los alumnos en realizar una tarea.



Del histograma se deduce que 100 alumnos tardan entre 10 y 15 minutos en realizar la tarea.

- (a) ¿Cuántos alumnos tardan entre 15 y 20 minutos?
- (b) ¿Cuántos alumnos tardan entre 15 y 30 minutos?
- (c) Sabiendo que 70 alumnos tardan entre 30 y 40 minutos, complete el histograma anterior.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

13. Un banco suizo expone en una tabla las tasas de conversión de moneda. A continuación aparece parte de la tabla, que muestra la tasa de cambio entre libras esterlinas (GBP), dólares de los EE.UU. (USD) y francos suizos (CHF).

	Compra	Venta
GBP	2,3400	2,4700
USD	1,6900	1,7700

La tabla indica que el banco **vende** sus libras esterlinas a los clientes a una tasa de cambio de 1 GBP = 2,4700 CHF.

- (a) ¿Cuál es el precio de venta de 1 USD?

Andrés va a realizar un viaje desde Europa a los EE.UU y piensa cambiar 1000 CHF en dólares. El banco le vende los dólares y le cobra una comisión del 2 %.

- (b) ¿Cuántos dólares recibirá? Exprese la respuesta aproximando al dólar más cercano.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

14. (a) Resuelva $2x + 3 = 5$.
(b) Considere los siguientes enunciados lógicos.

$$p : 2x + 3 = 5 \quad q : x^2 = x$$

Dada la proposición compuesta $2x + 3 = 5 \Rightarrow x^2 = x$.

¿Es verdadera esta proposición?

- (c) Escriba la recíproca de la proposición compuesta anterior.
(d) Dé un ejemplo que muestre que la contraria es falsa.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
(b) _____
(c) _____

(d) _____

15. Las figuras que aparecen a continuación representan las gráficas de algunas de las siguientes funciones.

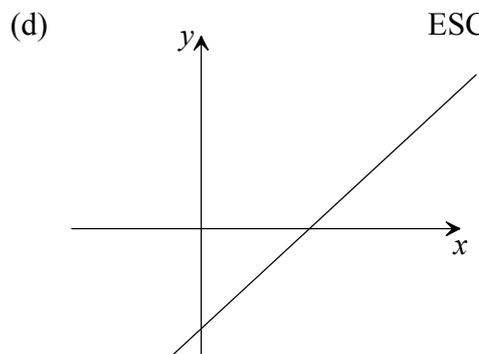
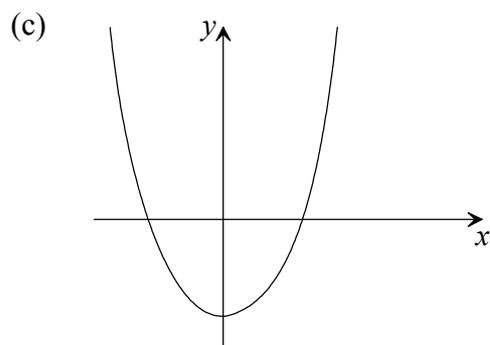
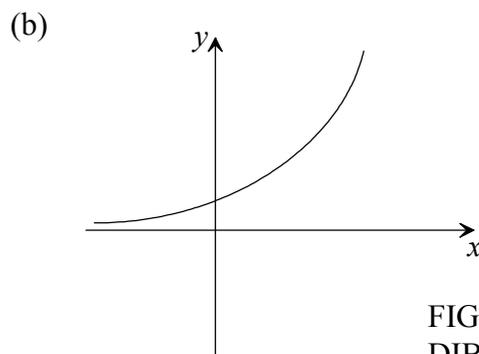
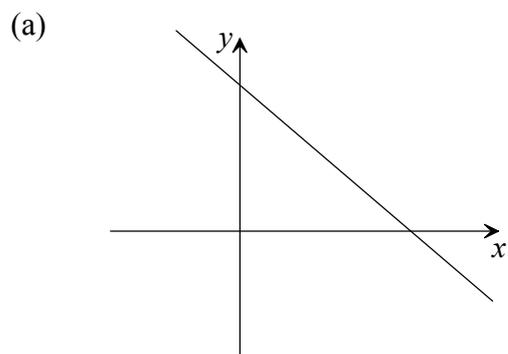
(i) $y = a^x$

(ii) $y = x^2 - a$

(iii) $y = a - x^2$

(iv) $y = a - x$

(v) $y = x - a$



FIGURAS NO
DIBUJADAS A
ESCALA

Rellene la siguiente tabla con las funciones que corresponden a cada gráfica.

Gráfica	Función
(a)	
(b)	
(c)	
(d)	

Operaciones: