



**MÉTODOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Número del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--

Lunes 5 de mayo de 2003 (tarde)

1 hora

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de alumno en la casilla de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en el cuadro correspondiente de la portada del examen (p. ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

*Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.*

1. Gwendolyn sumó los múltiplos de 3, desde 3 hasta 3750, y halló que

$$3 + 6 + 9 + \dots + 3750 = s.$$

Calcule  $s$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

2. Halle el término que contiene  $x^{10}$  en el desarrollo de  $(5 + 2x^2)^7$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

3. En la tabla de frecuencias a continuación se muestra el número de horas de sueño de 21 estudiantes.

Horas de sueño	Número de estudiantes
4	2
5	5
6	4
7	3
8	4
10	2
12	1

Halle

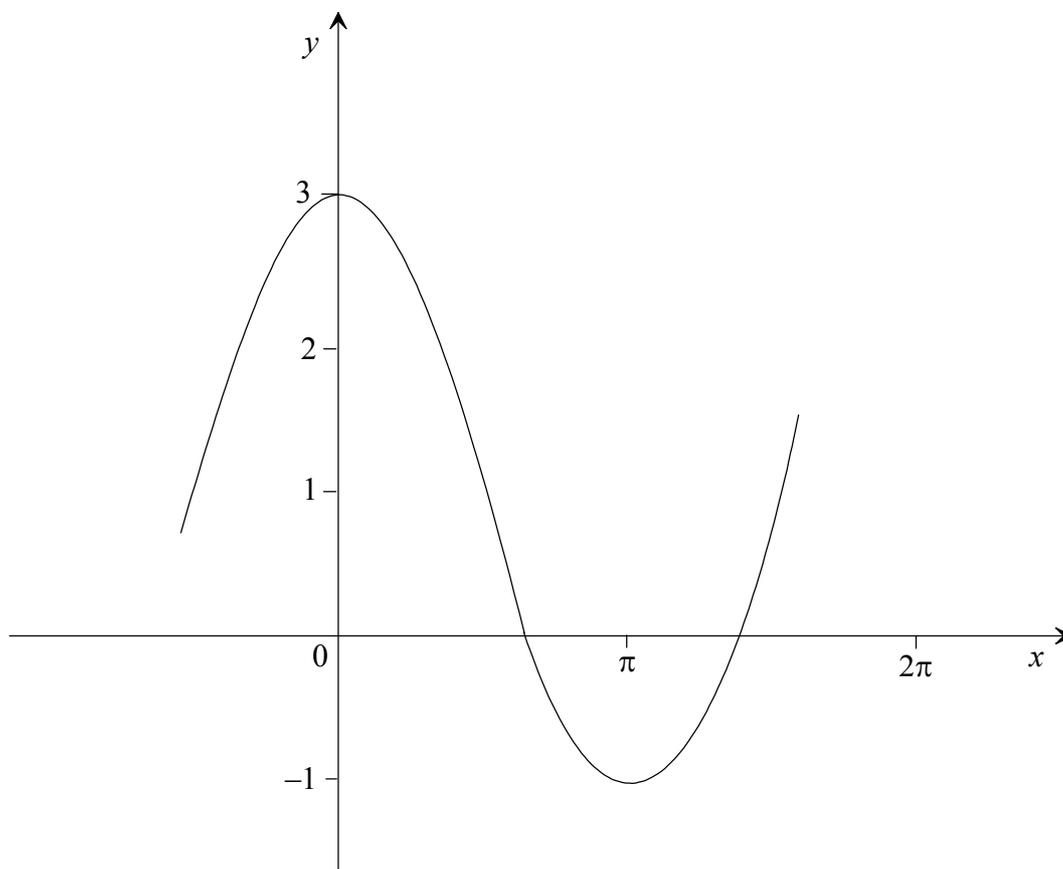
- (a) la mediana;
- (b) el cuartil inferior;
- (c) el rango intercuartil.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_

4. Parte de la gráfica de  $y = p + q \cos x$  aparece a continuación. La gráfica pasa por los puntos  $(0, 3)$  y  $(\pi, -1)$ .



Halle el valor de

- (a)  $p$  ;
- (b)  $q$  .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

5. Sea  $f(x) = e^{\frac{x}{3}} + 5 \cos^2 x$ . Halle  $f'(x)$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

6. Halle todas las soluciones de la ecuación  $\cos 3x = \cos(0,5x)$ , para  $0 \leq x \leq \pi$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

7. Las ecuaciones vectoriales de dos rectas vienen dadas por

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{r}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Las rectas se cortan en el punto P. Halle el vector de posición de P.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

8. Sean los sucesos  $A$ ,  $B$  tales que  $P(A) \neq 0$ ,  $P(A) \neq 1$ ,  $P(B) \neq 0$ , y  $P(B) \neq 1$ .

En cada una de las situaciones (a), (b) y (c) a continuación, indique si  $A$  y  $B$  son

incompatibles (M);  
independientes (I);  
ninguno de los dos (N).

(a)  $P(A|B) = P(A)$

(b)  $P(A \cap B) = 0$

(c)  $P(A \cap B) = P(A)$

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

9. Sabiendo que  $\int_1^3 g(x)dx = 10$ , deduzca el valor de

(a)  $\int_1^3 \frac{1}{2}g(x)dx$  ;

(b)  $\int_1^3 (g(x)+4)dx$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

10. Suponiendo que  $\log_5 x = y$ , escriba cada una de las siguientes expresiones en función de  $y$ .

(a)  $\log_5 x^2$

(b)  $\log_5 \left( \frac{1}{x} \right)$

(c)  $\log_{25} x$

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

11. Sean  $f(x) = e^{-x}$ , y  $g(x) = \frac{x}{1+x}$ ,  $x \neq -1$ . Halle

- (a)  $f^{-1}(x)$  ;
- (b)  $(g \circ f)(x)$ .

<i>Operaciones:</i>	<i>Respuestas:</i> (a) _____ (b) _____
---------------------	--

12. Sean los vectores  $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$  y  $\mathbf{d} = 5\mathbf{i} - 12\mathbf{j}$ .

- (a) Calcule el producto escalar  $\mathbf{c} \cdot \mathbf{d}$ .
- (b) Calcule la proyección escalar del vector  $\mathbf{c}$  en la dirección del vector  $\mathbf{d}$ .

<i>Operaciones:</i>	<i>Respuestas:</i> (a) _____ (b) _____
---------------------	--

13. Una familia de funciones está dada por

$$f(x) = x^2 + 3x + k, \text{ donde } k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

Se elige una de estas funciones de forma aleatoria. Calcule la probabilidad de que la curva de esta función corte al eje de las  $x$ .

*Operaciones:*

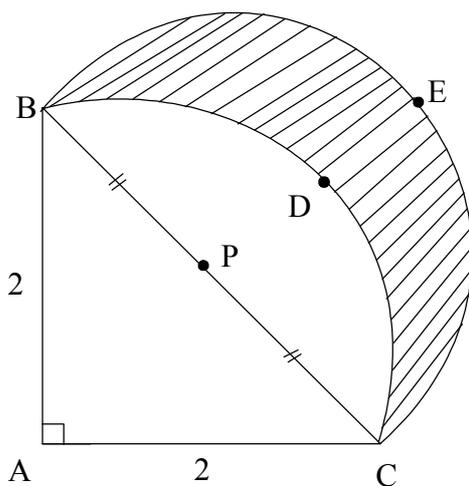
*Respuesta:*

14. El diagrama a continuación muestra un triángulo y dos arcos de circunferencia.

El triángulo ABC es un triángulo rectángulo isósceles, en el cual  $AB = AC = 2$ . El punto P es el punto medio de [BC].

El arco BDC es parte de una circunferencia de centro A.

El arco BEC es parte de una circunferencia de centro P.



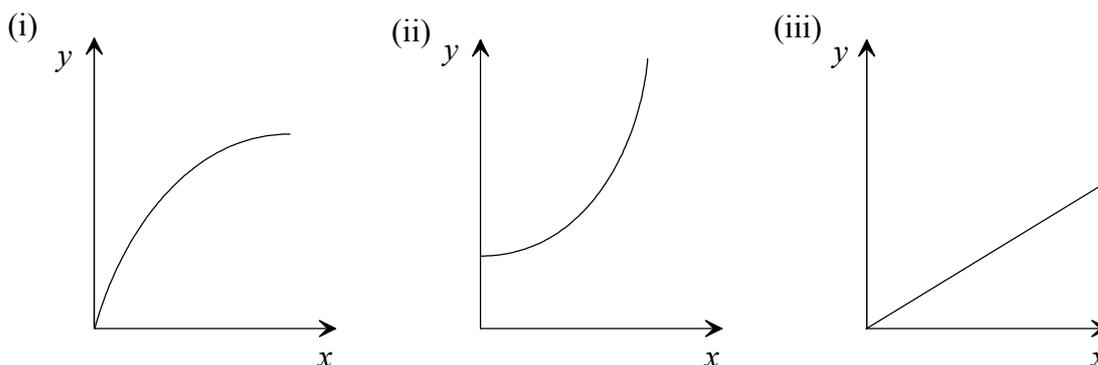
- (a) Calcule el área del segmento BDCP.
- (b) Calcule el área de la región sombreada BECD.

<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p>
	(a) _____
	(b) _____

15. Sean las siguientes relaciones entre dos variables,  $x$  e  $y$ .

- A.  $y = \text{sen } x$
- B.  $y$  es directamente proporcional a  $x$
- C.  $y = 1 + \tan x$
- D. velocidad  $y$  en función del tiempo  $x$ , a aceleración constante
- E.  $y = 2^x$
- F. distancia  $y$  en función del tiempo  $x$ , a velocidad decreciente

Cada uno de los siguientes diagramas podría representar **exactamente** dos de las relaciones anteriores en un cierto intervalo.



Complete la siguiente tabla escribiendo la letra correspondiente a las **dos** relaciones que podría representar cada diagrama.

diagrama	letras de la relación	
(i)		
(ii)		
(iii)		