



ÉTUDES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 1

Numéro du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--

Lundi 5 mai 2003 (après-midi)

1 heure

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de candidat dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé.
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, les réponses numériques devront être exactes ou à trois chiffres significatifs près.
- Veuillez indiquer la marque et le modèle de votre calculatrice dans les cases appropriées sur la page de couverture (par exemple, Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Le maximum des points sera attribué aux réponses correctes. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Si cela est nécessaire, les calculs peuvent être poursuivis en dessous de la case réservée à la réponse. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des graphiques sont utilisés pour trouver la solution, veuillez inclure un croquis de ces graphes dans votre réponse.

1. Soit $x = 6,4 \times 10^7$ et $y = 1,6 \times 10^8$.

Trouvez

(a) $\frac{x}{y}$

(b) $y - 2x$,

en donnant votre réponse sous la forme $a \times 10^k$ avec $1 \leq a < 10$ et $k \in \mathbb{Z}$.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

2. Une température (F) exprimée en degrés Fahrenheit peut être convertie en degrés Celsius (C) par la formule $C = \frac{5(F - 32)}{9}$.

(a) Quelle est la température en degrés Celsius quand il fait 50° Fahrenheit ?

Il y a une autre échelle de température appelée l'échelle Kelvin (K).
La température en degrés Kelvin est donnée par $K = C + 273$.

(b) Quelle est la température en degrés **Fahrenheit** lorsqu'il fait zéro degré sur l'échelle Kelvin ?

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

3. Zog de la planète Mars veut changer quelques dollars martiens (MD) en dollars US (USD). Le taux de change est $1 \text{ MD} = 0,412 \text{ USD}$. La banque prend une commission de 2 %.

(a) Combien de dollars US Zog recevra-t-elle si elle donne 3 500 MD ?

Zog rencontre Zania de Vénus où la monnaie est la roupie vénusienne (VR). Elles veulent échanger de l'argent et éviter la commission de banque. Le taux de change est $1 \text{ MD} = 1,63 \text{ VR}$.

(b) Combien de dollars martiens, arrondis au dollar le plus proche, Zania recevra-t-elle si elle donne à Zog 2100 VR ?

Résolution:

Réponses:

(a) _____

(b) _____

4. Un atlas donne les informations suivantes sur la population approximative en l’an 2000 de quelques villes. La population de Nairobi a été accidentellement oubliée.

Ville	Population en Millions
Melbourne	3,2
Bangkok	7,2
Nairobi	
Paris	9,6
São Paulo	17,7
Tokyo	28,0
Seattle	2,1

L’atlas nous dit que la population moyenne de ce groupe de villes est 10,01 millions.

- (a) Calculez la population de Nairobi.
- (b) Quelle ville a la population médiane ?

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

5. (a) La table de vérité suivante contient deux entrées qui sont incorrectes, une dans la colonne trois et une dans la colonne quatre. Entourez les deux entrées incorrectes.
- (b) Complétez les deux valeurs manquantes dans la colonne cinq.
- (c) **Lequel** des mots suivants pourriez-vous utiliser pour décrire la proposition représentée par les valeurs de la dernière colonne (numéro 6)?
- (i) réciproque
 - (ii) tautologie
 - (iii) inverse
 - (iv) contradiction
 - (v) contraposée

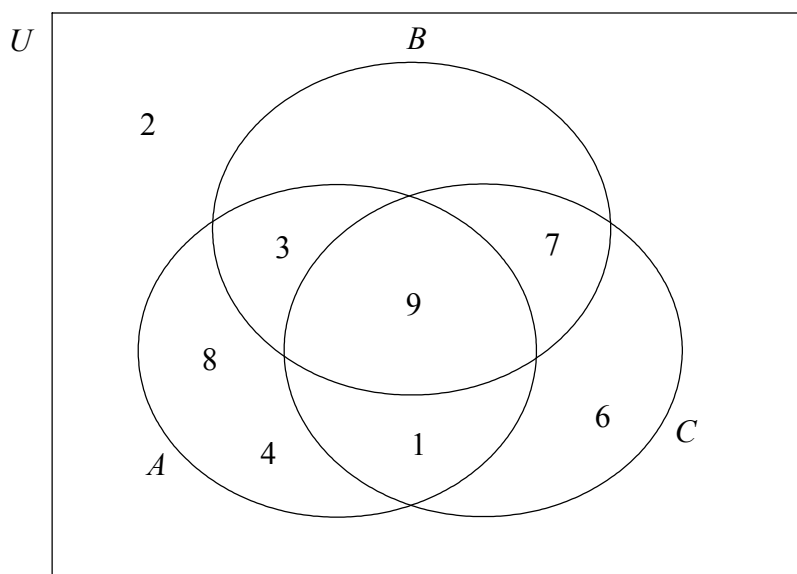
1	2	3	4	5	6
p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$p \vee q$	$(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	F		F
F	V	F	V	V	F
F	F	V	F		F

Résolution :

Réponse:

(c) _____

6. Dans le diagramme de Venn suivant, A , B et C sont des sous-ensembles de l'ensemble universel $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$.



Donnez la liste des éléments des ensembles suivants.

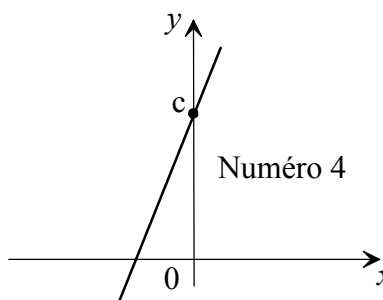
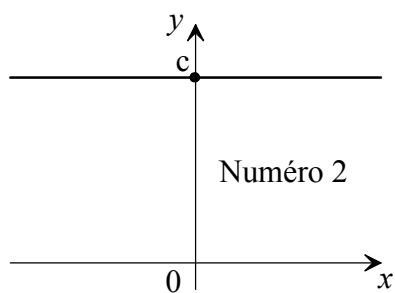
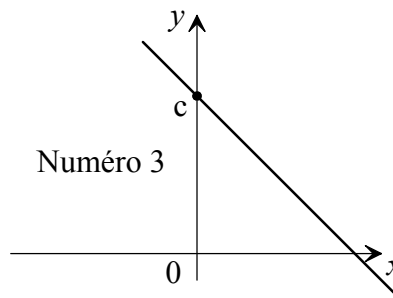
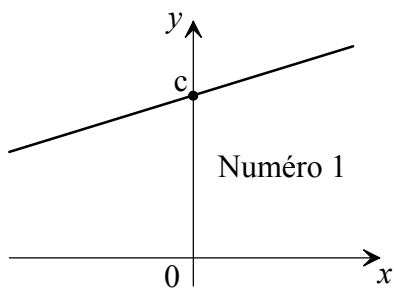
- (a) $A \cup B$
- (b) $A \cap B \cap C$
- (c) $(A' \cap C) \cup B$

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

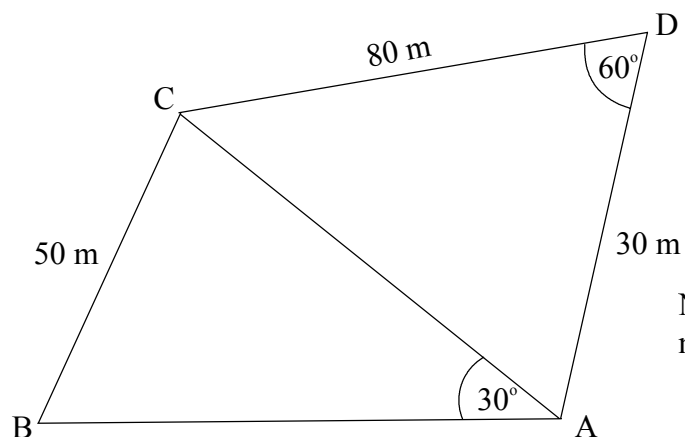
7. Les quatre figures ci-dessous montrent les représentations de quatre droites différentes, toutes dessinées à la même échelle. Chaque figure est numérotée ; c est une constante positive.



Dans le tableau ci-dessous, écrivez le numéro de la figure dont la droite correspond à l'équation dans le tableau.

Équation	Figure numéro
$y = c$	
$y = -x + c$	
$y = 3x + c$	
$y = \frac{1}{3}x + c$	

8. La figure montre deux champs triangulaires adjacents ABC et ACD, où $AD = 30$ m, $CD = 80$ m, $BC = 50$ m. $\hat{A}DC = 60^\circ$ et $\hat{B}AC = 30^\circ$.



N.B. : La figure n'est pas à l'échelle.

- (a) En utilisant le triangle ACD calculez la longueur AC.
(b) Calculez la mesure de $\hat{A}BC$.

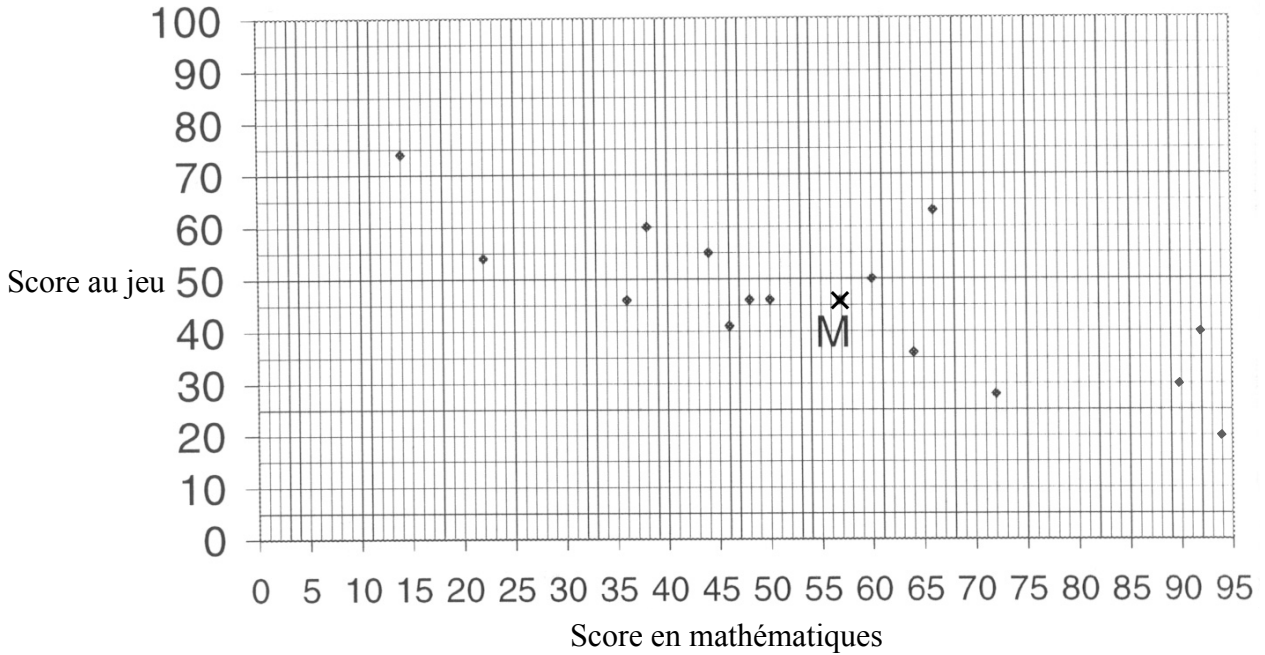
Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

9. Un groupe de 15 étudiants a passé un test de mathématiques. Puis les étudiants ont joué à un jeu sur ordinateur. Le diagramme ci-dessous montre les scores sur le test et sur le jeu.



Le score moyen pour le test de mathématiques était 56,9 et le score moyen pour le jeu sur ordinateur était 45,9. Le point M a comme coordonnées (56,9 ; 45,9).

- (a) Décrivez la relation entre les deux ensembles de scores.

Une droite de régression passe par le point (0 ; 69).

- (b) Sur le diagramme dessinez cette droite de régression.

Jane a passé le test avec retard et a obtenu un 45 en mathématiques.

- (c) En utilisant votre diagramme ou autrement, estimez le score que Jane peut espérer obtenir au jeu sur ordinateur, en donnant votre réponse arrondie à l'entier le plus proche.

Résolution :

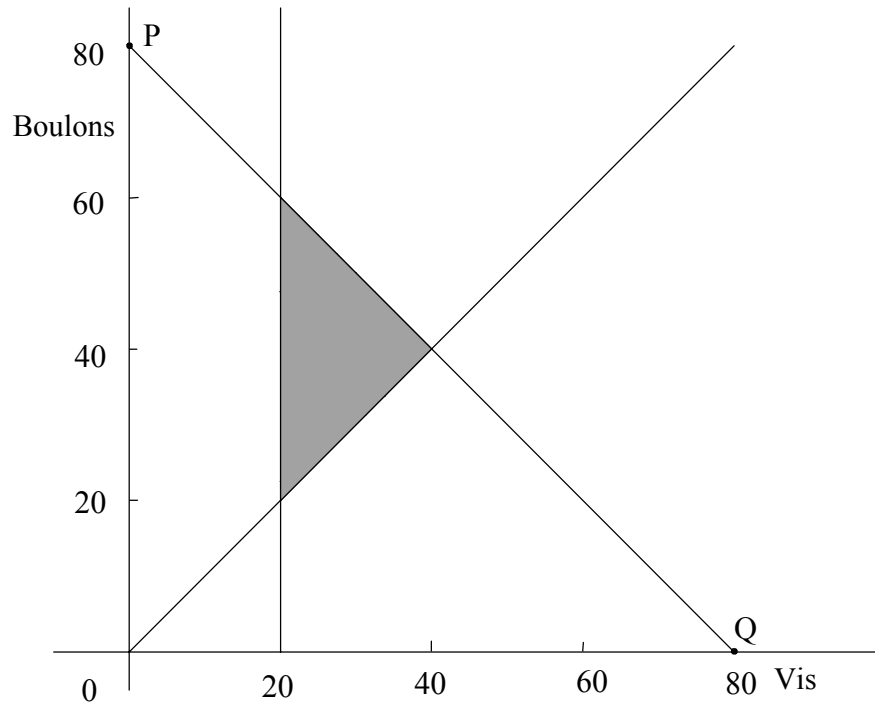
Réponses :

(a) _____

(c) _____

10. Une machine peut fabriquer soit des boîtes de vis soit des boîtes de boulons. Elle peut fonctionner pendant un maximum de 80 heures par semaine. Il faut une heure pour produire chaque boîte. La machine doit fabriquer au moins 20 boîtes de vis par semaine. Le nombre de boîtes de boulons, y , doit être au moins égal au nombre de boîtes de vis, x .

Ces informations sont présentées dans le diagramme ci-dessous.



- (a) Écrivez l'équation de la droite PQ.

Le bénéfice pour une boîte de vis est 40 \$ et pour une boîte de boulons 60 \$.

- (b) Combien de boîtes de vis et combien de boîtes de boulons devraient être produites pour pouvoir atteindre le bénéfice maximum ?

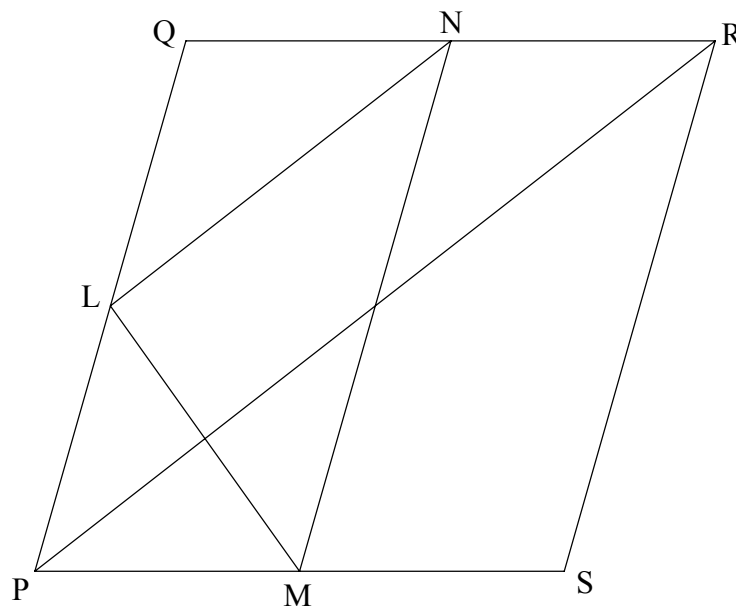
Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

11. Dans la figure ci-dessous, L, M et N sont les milieux des côtés PQ, PS et QR respectivement.



La somme des vecteurs \vec{PQ} , \vec{QR} et \vec{RP} est nulle, c'est-à-dire $\vec{PQ} + \vec{QR} + \vec{RP} = 0$.

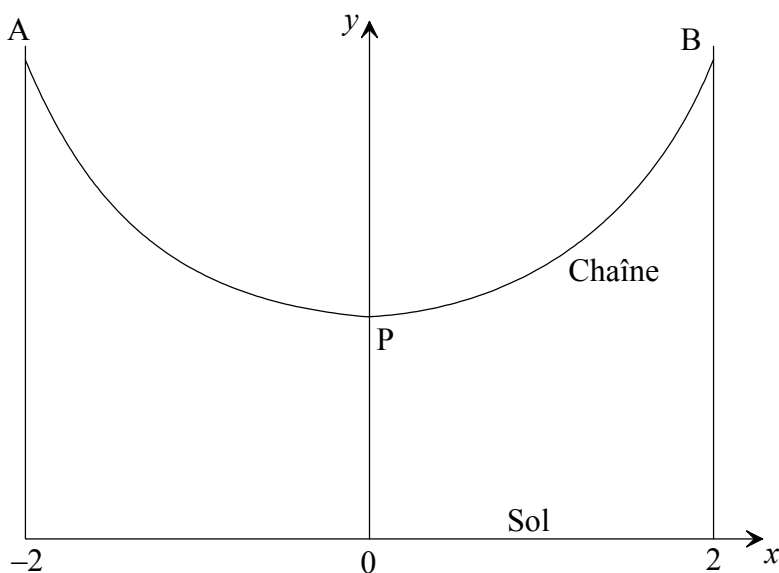
- (a) Écrivez une somme de **quatre** vecteurs qui est nulle.
- (b) Trouvez une expression du vecteur \vec{LN} en fonction de \vec{PQ} et \vec{QR} .

<p><i>Résolution :</i></p>	<p><i>Réponses :</i></p> <p>(a) _____</p> <p>(b) _____</p>
----------------------------	--

12. La figure ci-dessous décrit une chaîne suspendue à deux crochets A et B.

Les points A et B sont à la même hauteur au-dessus du sol. P est le point le plus bas de la chaîne. Le sol est représenté par l'axe des abscisses Ox. L'abscisse de A est -2 et l'abscisse de B est 2. Le point P est sur l'axe des ordonnées Oy.

La forme de la chaîne est donnée par $y = 2^x + 2^{-x}$ avec $-2 \leq x \leq 2$.



- (a) Calculez la hauteur du point P.
- (b) Trouvez le codomaine de y . Écrivez votre réponse comme un intervalle ou en utilisant des symboles d'inégalité.

Résolution :

Réponses :

(a) _____

(b) _____

13. Mario a dépensé 40000 \$ pour acheter une terre. La valeur de cette terre augmente de 5 % chaque année.

(i) Quelle est la valeur de cette terre au bout de cinq années ?

À la fin des cinq années, Mario vend la terre. Il paye 1 % de taxe sur la vente et dépense le reste de l'argent pour acheter une voiture. La voiture perd de sa valeur au rythme de 2500 \$ chaque année.

(ii) Combien Mario paye-t-il de taxe ?

(iii) Quelle est la valeur de la voiture cinq années après que Mario l'ait achetée ?

Résolution :

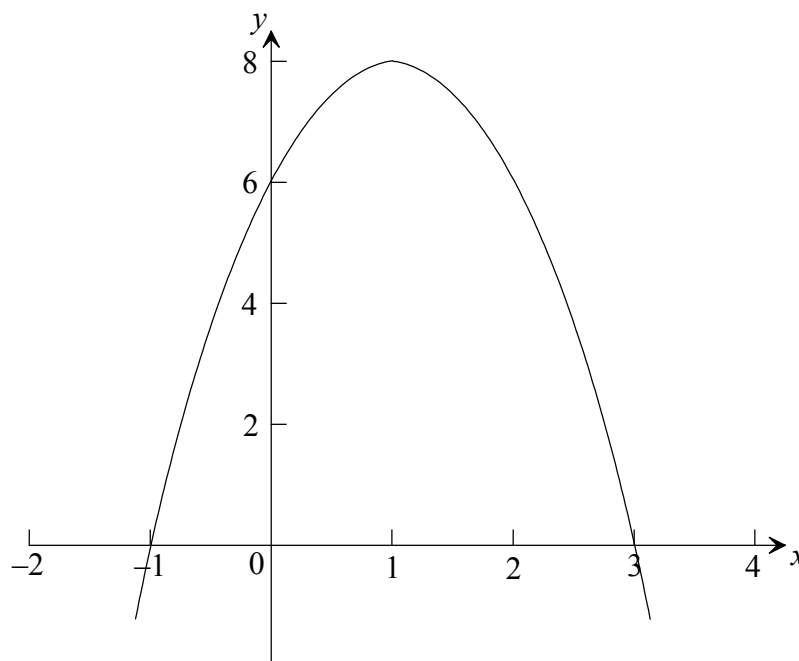
Réponses :

(i) _____

(ii) _____

(iii) _____

14. La figure ci-dessous montre une partie de la courbe de la fonction du second degré $y = ax^2 + 4x + c$.



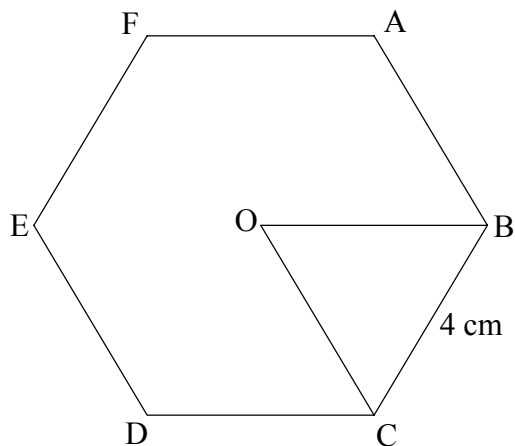
- (a) Écrivez la valeur de c .
- (b) Trouvez la valeur de a .
- (c) Écrivez la fonction du second degré sous sa forme factorisée.

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____

15. La figure ci-dessous montre un hexagone avec des côtés tous de longueur 4 cm et avec comme centre O. Les angles intérieurs de l'hexagone sont tous égaux.



Les angles intérieurs d'un polygone avec n côtés égaux et n angles égaux (polygone régulier) ont une somme égale à $(n - 2) \times 180^\circ$.

- (a) Calculez la mesure de l'angle $\hat{A}BC$.
- (b) Sachant que $OB = OC$, trouvez l'aire du triangle OBC.
- (c) Quelle est l'aire de tout l'hexagone ?

Résolution :

Réponses :

- (a) _____
- (b) _____
- (c) _____