



**MÉTODOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Viernes 8 de noviembre de 2002 (tarde)

1 hora

Nombre

--

Número

--	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su nombre, apellido(s) y número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en la casilla de abajo (p.ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Calculadora

Marca	Modelo

EXAMINADOR	LÍDER DE EQUIPO	IBCA
TOTAL /90	TOTAL /90	TOTAL /90

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, se puede utilizar para sus cálculos el espacio debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta. Una respuesta incorrecta sin indicación del método utilizado no recibirá normalmente **ningún** punto.

1. Sea  $f(x) = \sqrt{x^3}$ . Halle

(a)  $f'(x)$ ;

(b)  $\int f(x) dx$ .

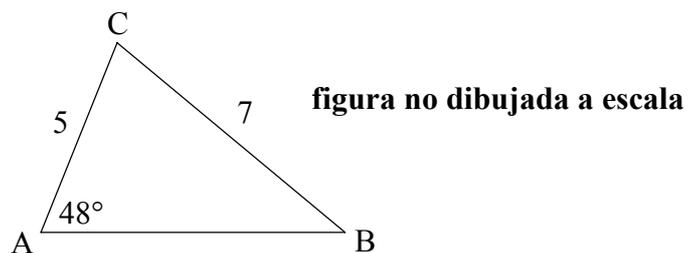
*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

2. En el triángulo ABC,  $AC = 5$ ,  $BC = 7$ ,  $\hat{A} = 48^\circ$ , según se muestra en la figura.



Halle  $\hat{B}$ , y exprese su respuesta redondeada al grado más próximo.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

3. Considere la función  $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$ .

- (a) Escriba  $f(x)$  en la forma  $a(x-p)^2 + q$ , donde  $a, p, q \in \mathbb{Z}$ .
- (b) Halle el valor mínimo de  $f(x)$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

4. Halle el coeficiente de  $x^3$  en el desarrollo de  $(2-x)^5$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

5. Resuelva la ecuación  $e^x = 5 - 2x$ , expresando su respuesta con **cuatro** cifras significativas.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

6. Dado que  $\sin x = \frac{1}{3}$ , donde  $x$  es un ángulo agudo, halle el valor **exacto** de

(a)  $\cos x$ ;

(b)  $\cos 2x$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

7. Los sucesos  $A$  y  $B$  tienen probabilidades  $P(A) = \frac{3}{11}$ ,  $P(B) = \frac{4}{11}$  .

Calcule el valor de  $P(A \cap B)$  si

(a)  $P(A \cup B) = \frac{6}{11}$  ;

(b) los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

8. La gráfica de  $y = x^3 - 10x^2 + 12x + 23$  tiene un punto de máximo entre  $x = -1$  y  $x = 3$ . Halle las coordenadas de este punto de máximo.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

9. Tres enteros positivos  $a, b$ , y  $c$ , donde  $a < b < c$ , son tales que su mediana es 11, su media es 9 y su rango es 10. Halle el valor de  $a$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

10. Considere las funciones  $f : x \mapsto 4(x-1)$  y  $g : x \mapsto \frac{6-x}{2}$ .

(a) Halle  $g^{-1}$ .

(b) Resuelva la ecuación  $(f \circ g^{-1})(x) = 4$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

11. Calcule el ángulo agudo entre las rectas de ecuaciones

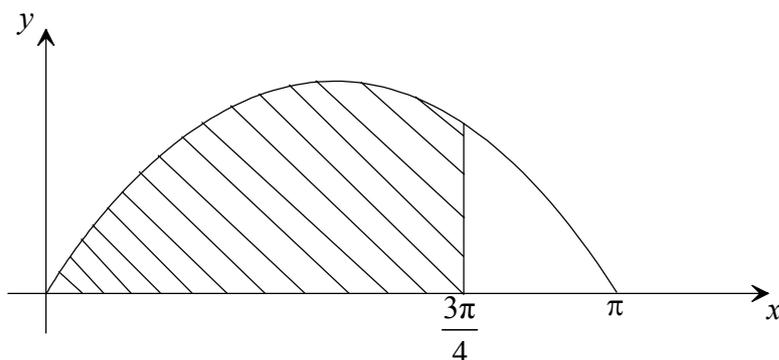
$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

*Operaciones:*

*Respuesta:*

\_\_\_\_\_

12. El diagrama muestra parte de la curva  $y = \sin x$ . La región sombreada está limitada por la curva y por las rectas  $y = 0$  y  $x = \frac{3\pi}{4}$ .



Dado que  $\sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  y  $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , calcule el área **exacta** de la región sombreada.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

13. \$1000 son invertidos con un interés anual del 15 % **compuesto mensualmente**. Calcule el número mínimo de meses necesarios para que el valor de la inversión supere los \$ 3000 .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

14. Considere la ecuación trigonométrica  $2 \operatorname{sen}^2 x = 1 + \cos x$ .

- (a) Escriba la ecuación en la forma  $f(x) = 0$ , donde  $f(x) = a \cos^2 x + b \cos x + c$ , y  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ .
- (b) Descomponga  $f(x)$  en factores.
- (c) Resuelva  $f(x) = 0$  para  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ .

*Operaciones:*

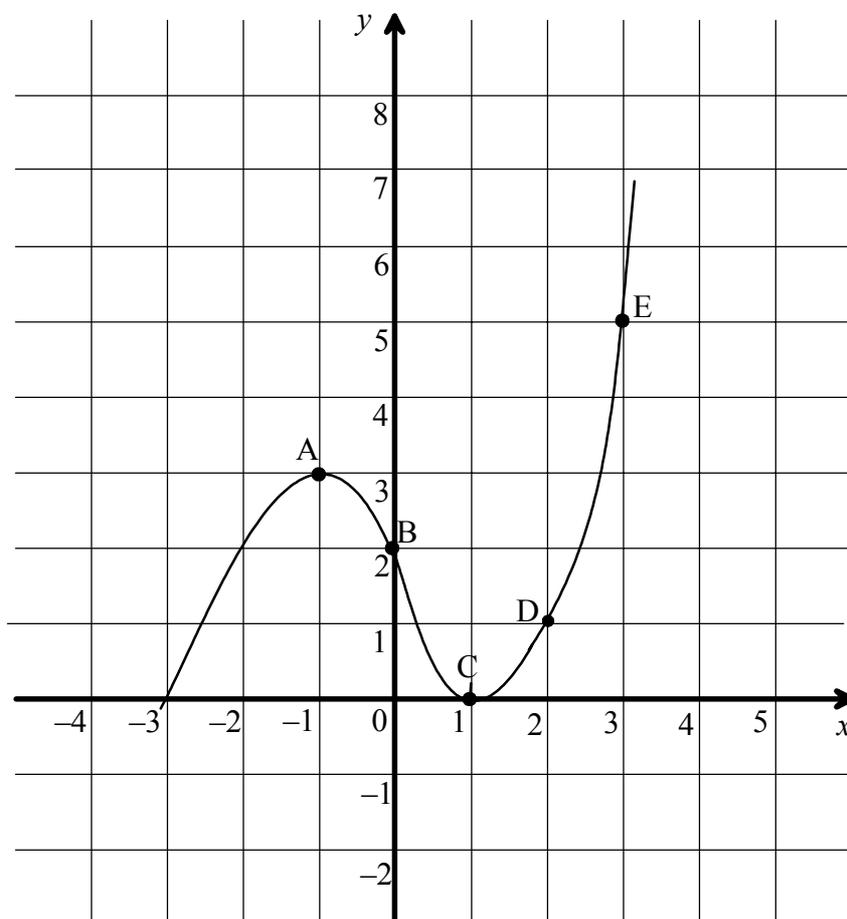
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

15. El diagrama muestra parte de la gráfica de  $y = f(x)$  la cual pasa por los puntos  $A(-1, 3)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(2, 1)$  y  $E(3, 5)$ .



Una segunda función está definida por  $g(x) = 2f(x - 1)$ .

- (a) Calcule  $g(0)$ ,  $g(1)$ ,  $g(2)$  y  $g(3)$ .
- (b) En los mismos ejes, trace un dibujo aproximado de la gráfica de la función  $g(x)$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

(a) \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_