



**MÉTODOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Jueves 2 de noviembre del 2000 (tarde)

1 hora

Nombre

--

Número

--	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su nombre, apellido(s) y número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- A menos que se especifique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deben expresarse en forma exacta, o con tres cifras significativas, según sea más apropiado.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en la casilla de abajo (p.ej., Casio *fx-7400G*, Sharp EL-9400, Texas Instruments TI-80).

Calculadora

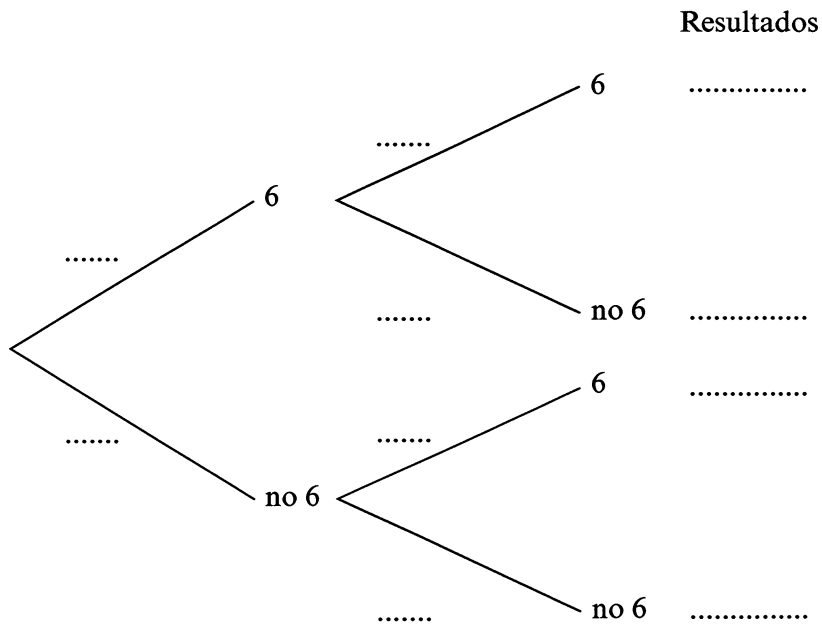
Marca	Modelo

EXAMINADOR	LÍDER DE EQUIPO	IBCA
TOTAL /60	TOTAL /60	TOTAL /60

Se otorgará la puntuación máxima a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario se puede utilizar para sus cálculos el espacio debajo de la casilla. Cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. Se lanzan dos dados ordinarios, de 6 caras, y se anota el resultado total.

(a) Complete el diagrama de árbol escribiendo las probabilidades y enumerando los resultados.



(b) Halle la probabilidad de obtener uno o más seises.

*Operaciones:*

*Respuesta:*  
 (b) \_\_\_\_\_

2. La tabla muestra los resultados de los competidores en una competición

Resultado	10	20	30	40	50
Número de competidores con este resultado	1	2	5	$k$	3

El resultado medio es 34 . Halle el valor de  $k$  .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

3. Una curva de ecuación  $y=f(x)$  pasa por el punto  $(1, 1)$ . Su función derivada es  $f'(x) = -2x + 3$ .

Halle la ecuación de la curva.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

4. Dado que  $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ,  $\cos \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  y  $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ ,

- (a) halle el valor de  $\theta$ ;  
(b) escriba el valor **exacto** de  $\tan \theta$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

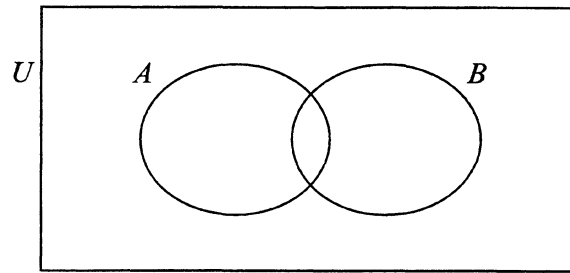
5. La recta  $L$  pasa por el origen y es paralela al vector  $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ .

Escriba una ecuación vectorial de  $L$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

6. El siguiente diagrama de Venn muestra un espacio muestral  $U$  y los sucesos  $A$  y  $B$ .



$n(U) = 36$  ,  $n(A) = 11$  ,  $n(B) = 6$  y  $n(A \cup B)' = 21$  .

(a) Sombree sobre el diagrama la región  $(A \cup B)'$  .

(b) Halle

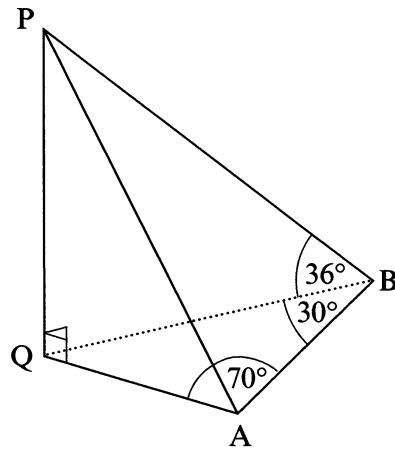
(i)  $n(A \cap B)$  ;

(ii)  $P(A \cap B)$  .

(c) Explique por qué los sucesos  $A$  y  $B$  no son mutuamente excluyentes.

<p><i>Operaciones:</i></p>	<p><i>Respuestas:</i></p>
	(b) (i) _____
	(ii) _____
	(c) _____

7. La siguiente figura muestra un poste vertical PQ, que está sostenido por dos alambres fijados al suelo horizontal en A y B.



$$\begin{aligned} BQ &= 40 \text{ m} \\ \widehat{PBQ} &= 36^\circ \\ \widehat{BAQ} &= 70^\circ \\ \widehat{ABQ} &= 30^\circ \end{aligned}$$

Halle

- (a) la altura del poste PQ ;
- (b) la distancia entre A y B .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

8. Dada la función  $f(x) = (2x + 5)^3$ , halle

(a)  $f'(x)$ ;

(b)  $\int f(x) dx$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

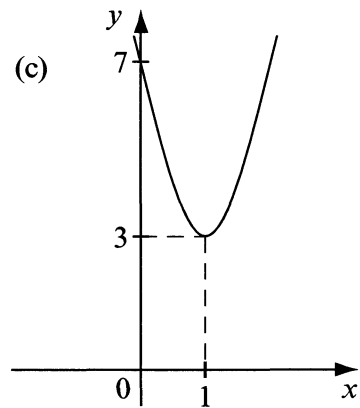
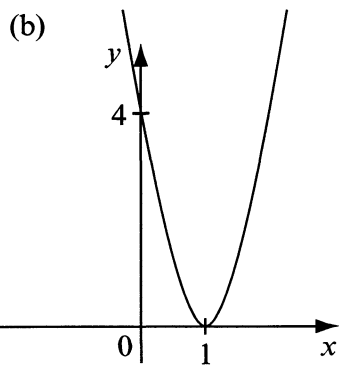
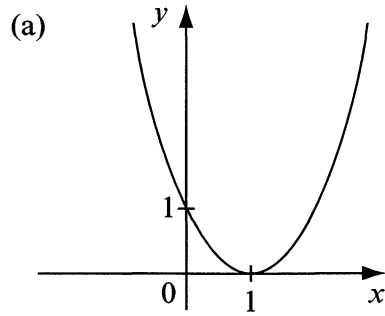
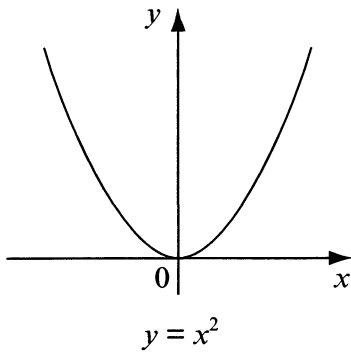
(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



9. Los siguientes diagramas muestran cómo se transforma la gráfica de  $y = x^2$  en la gráfica de  $y = f(x)$  en tres pasos.

En cada uno de los diagramas escriba la ecuación de la correspondiente curva.



*Operaciones:*

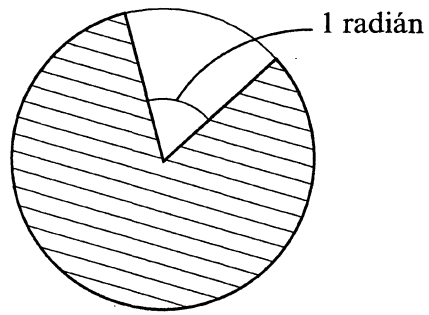
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_

10. La figura muestra un círculo de radio 5 cm .



Halle el perímetro de la región sombreada.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

11.  $f(x) = 4 \operatorname{sen} \left( 3x + \frac{\pi}{2} \right)$ .

¿Para qué valores de  $k$  la ecuación  $f(x) = k$  no tiene solución?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

12. Se invierten al comenzar cada año 1000\$ durante 10 años.

La tasa de interés se fija en el 7,5% anual. Se trata de interés compuesto anualmente.

Calcule, dando sus respuestas aproximadas al dólar

- (a) cuánto valen los primeros 1000\$ al cabo de los diez años;
- (b) el valor total de las inversiones al final de los diez años.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

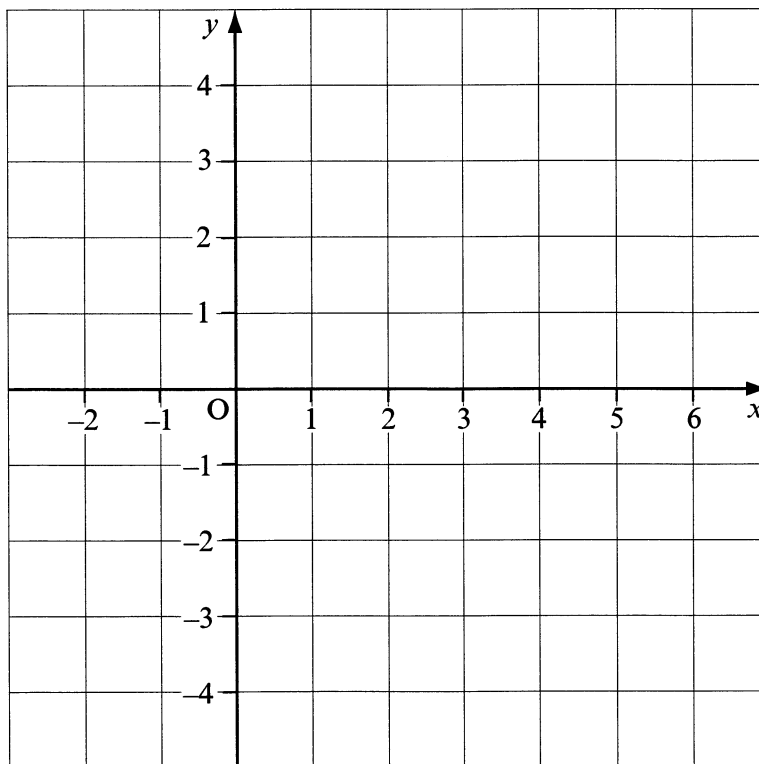
(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

13. La siguiente información define el triángulo ABC

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{AB} \cdot \vec{BC} = 0, \quad \vec{AC} \text{ es paralelo a } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(a) En la siguiente cuadrícula dibuje un diagrama preciso del triángulo ABC.



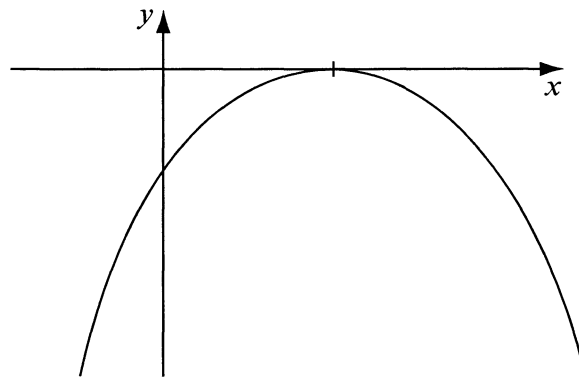
(b) Escriba el vector  $\vec{OC}$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*

(b) \_\_\_\_\_

14. La siguiente figura muestra la gráfica de la función  $y = ax^2 + bx + c$ .

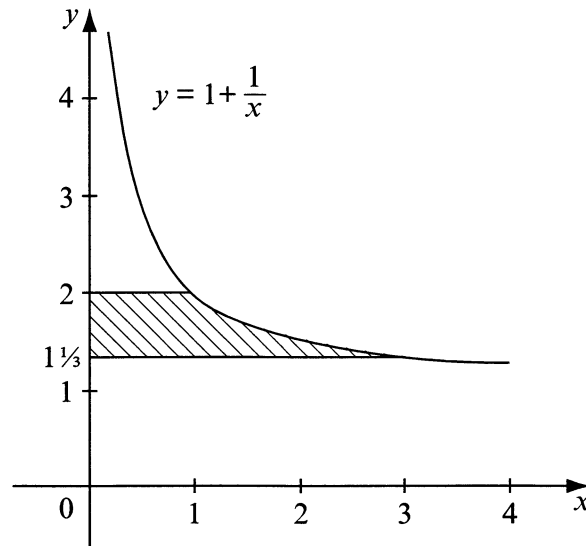


Complete la siguiente tabla mostrando, para cada expresión, si es positiva, negativa o cero.

Expresión	positiva	negativa	cero
$a$			
$c$			
$b^2 - 4ac$			
$b$			

*Operaciones:*

15. La figura muestra la gráfica de la función  $y = 1 + \frac{1}{x}$ ,  $0 < x \leq 4$ . Halle el valor **exacto** del área de la región sombreada.



*Operaciones:*

*Respuesta:*