Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas
Nivel superior
Prueba 3 – Matemáticas discretas

Lunes 8 de mayo de 2017 (tarde)

1 hora

Instrucciones para los alumnos

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NS y de ampliación de matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[50 puntos]**.

2217 – 7227

© International Baccalaureate Organization 2017

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

Por favor comience cada pregunta en una página nueva. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 16]

(a) Utilice el algoritmo de Euclides para hallar el máximo común divisor de 264 y 1365. [5]

(b) (i) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, halle la solución general de la ecuación diofántica

$$264x - 1365y = 3 .$$

(ii) A partir de lo anterior, halle la solución general de la ecuación diofántica

$$264x - 1365y = 6 .$$ [8]

(c) Expresando el número 264 y el 1365 como un producto de sus factores primos, determine el mínimo común múltiplo de 264 y 1365. [3]

2. [Puntuación máxima: 12]

En la siguiente tabla se muestra el peso de cada una de las aristas que tiene el grafo completo G.

	A	B	C	D	E	F
A	–	4	9	8	14	6
B	4	–	1	14	9	3
C	9	1	–	5	12	2
D	8	14	5	–	11	12
E	14	9	12	11	–	7
F	6	3	2	12	7	–

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)

(Pregunta 2: continuación)

(a) Empezando en A, y utilizando el algoritmo del vecino más próximo, halle para G un límite superior para el problema del “viajante”. [5]

(b) Comenzando por borrar A, y utilizando el algoritmo de vértice borrado junto con el algoritmo de Kruskal, halle para G un límite inferior para el problema del “viajante”. [7]

3. [Puntuación máxima: 9]

(a) En el contexto de la teoría de grafos, explique brevemente lo que es

(i) un circuito;

(ii) un circuito euleriano. [2]

(b) El grafo G tiene seis vértices y un circuito euleriano. Determine si su complementario G' puede o no tener un circuito euleriano. [3]

(c) Halle un ejemplo de un grafo H, de cinco vértices, tal que H y su complementario H' tengan ambos un sendero euleriano pero ninguno de los dos tenga un circuito euleriano. Dibuje con precisión H y H', como respuesta. [4]

4. [Puntuación máxima: 13]

Considere la relación de recurrencia $au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$, $n \in \mathbb{N}$, donde a, b y c son constantes. Sean α y β las raíces de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.

(a) Verifique que la expresión

$$u_n = A\alpha^n + B\beta^n,$$

donde A y B son constantes arbitrarias, satisface la relación de recurrencia. [4]

(b) Resuelva la relación de recurrencia

$u_{n+2} - 2u_{n+1} + 5u_n = 0$, sabiendo que $u_0 = 0$ y $u_1 = 4$. [9]