



MATEMÁTICAS
NIVEL SUPERIOR
PRUEBA 3 – ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Lunes 15 de noviembre de 2010 (tarde)

1 hora

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.

Por favor comience cada pregunta en una página nueva. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 14]

(a) Un hospital se especializa en el tratamiento de pacientes con sobrepeso. Los pesos de estos pacientes son independientes entre sí, y siguen una distribución normal de media 200 kg y desviación típica 15 kg. El ascensor del hospital se estropea si el peso total de las personas que hay dentro supera los 1150 kg. Seis pacientes suben al ascensor. Halle la probabilidad de que el ascensor se estropee.

[7 puntos]

(b) Una empresa realiza figuras de cera a tamaño natural de gente famosa. Los pesos de estas personas famosas son independientes entre sí, y siguen una distribución normal de media 80 kg y desviación típica 10 kg. Cada una de las figuras de tamaño natural tiene exactamente el mismo peso que la persona famosa a la que representa. Se colocan en el ascensor de la empresa doce copias de una persona famosa dada. Este ascensor también se estropea si el peso total de las copias supera los 1150 kg. Halle la probabilidad de que el ascensor se estropee.

[7 puntos]

2. [Puntuación máxima: 15]

El tiempo T , en meses, que un entrenador de fútbol permanece en su cargo antes de ser despedido sigue, de manera aproximada, una distribución normal, en la que la media de la población es μ y la varianza de la población σ^2 . A continuación aparece una muestra independiente compuesta por cinco valores de T .

6,5; 12,4; 18,2; 3,7; 5,4

(a) Sabiendo que $\sigma^2 = 9$,

(i) utilice esta muestra para hallar el intervalo de confianza del 95 % para μ . Dé los límites del intervalo con una aproximación de dos cifras decimales.

(ii) halle el número mínimo de valores de T que necesitaría tener una muestra para que la amplitud total del intervalo de confianza del 90 % para μ fuera menor de 2 meses.

[10 puntos]

(b) Si el valor de σ^2 es desconocido, utilice esta misma muestra para hallar el intervalo de confianza del 95 % para μ . Dé los límites del intervalo con una aproximación de dos cifras decimales.

[5 puntos]

3. [Puntuación máxima: 10]

En cuanto Sarah falta en el colegio a 4 clases, se envía un correo electrónico a sus padres. La probabilidad de que falte a una clase dada es constante e igual a $\frac{1}{3}$. Su decisión de asistir a una clase es independiente de sus decisiones anteriores.

- (a) Halle la probabilidad de que se envíe un correo electrónico a los padres de Sarah después de la 8.^a clase a la que debía asistir. [3 puntos]
- (b) Si se envía un correo electrónico a los padres de Sarah después de la X .^a clase a la que debía asistir, halle $E(X)$. [2 puntos]
- (c) Si después de 6 clases a las que Sarah debía asistir nos dicen que ha faltado exactamente a 2 clases, halle la probabilidad de que se envíe un correo electrónico a sus padres después de un total de 12 clases a las que Sarah debía asistir. [3 puntos]
- (d) Si sabemos que se envió un correo electrónico a los padres de Sarah inmediatamente después de la 6.^a clase a la que debía asistir, halle la probabilidad de que Sarah haya faltado a la 2.^a clase. [2 puntos]

4. [Puntuación máxima: 9]

Un profesor ha olvidado la contraseña para entrar en su ordenador. Sabe que es, o bien seis veces la letra J seguida de dos veces la letra R (es decir, JJJJJRR), o bien tres veces la letra J seguida de cuatro veces la letra R (es decir, JJRRRR). El ordenador le puede decir únicamente dos de las letras de su contraseña, al azar.

El profesor decide utilizar la siguiente regla para tratar de recuperar su contraseña.

Si el ordenador le da una J y una J, aceptará la hipótesis nula de que su contraseña es JJJJJRR.

En caso contrario, aceptará la hipótesis alternativa de que su contraseña es JJRRRR.

- (a) Defina un error de Tipo I. [1 punto]
- (b) Halle la probabilidad de que el profesor cometa un error de Tipo I. [4 puntos]
- (c) Defina un error de Tipo II. [1 punto]
- (d) Halle la probabilidad de que el profesor cometa un error de Tipo II. [3 puntos]

5. [Puntuación máxima: 12]

A continuación se muestra la tabla de contingencia (a medio completar) de los valores observados al realizar un contraste de χ^2 para analizar la independencia, donde $x \in \mathbb{N}$.

		Aptitudes para el rugby		Total
		Buenas	Malas	
Aptitudes para el fútbol	Buenas	x		75
	Malas			25
Total		60	40	100

(a) Copie y complete esta tabla, dando los valores que faltan en función de x . [3 puntos]

(b) Complete una tabla para los valores esperados. [2 puntos]

(c) Utilice la fórmula $\chi^2_{calc} = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$ para hallar χ^2_{calc} en función de x .

Dé la respuesta en la forma $\chi^2_{calc} = k(x - 45)^2$ donde k es una fracción que hay que determinar. [2 puntos]

(d) Sea la hipótesis nula: “las aptitudes para el fútbol y las aptitudes para el rugby son independientes”. Si se acepta la hipótesis nula a un nivel de significación del 5 %, halle los posibles valores de x . [5 puntos]