

22067213

MATEMÁTICAS
NIVEL SUPERIOR
PRUEBA 1

Miércoles 3 de mayo de 2006 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

2 horas

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o correcta con tres cifras significativas.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. En una progresión aritmética, el segundo término es 7 y la suma de los primeros cinco términos es 50. Halle la diferencia común de esta progresión aritmética.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. La gráfica de $y = 2x^2 + 4x + 7$ se traslada usando el vector $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Halle la ecuación de la gráfica trasladada, dando su respuesta en la forma $y = ax^2 + bx + c$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Sea $f(x) = 3x^2 - x + 4$. Halle los valores de m para los cuales la recta $y = mx + 1$ es tangente a la gráfica de f .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. El polinomio $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 4x + b$ es divisible por $(x-1)$ y por $(x+3)$. Halle el valor de a y el valor de b .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

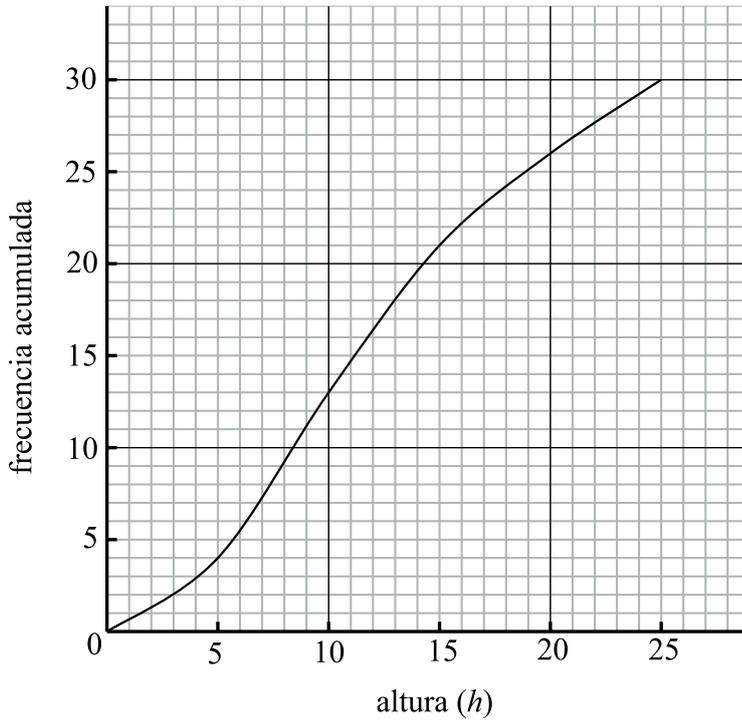
.....

.....

.....



6. El siguiente es el diagrama de frecuencias acumuladas de las alturas de 30 plantas dadas en centímetros.



(a) Utilice el diagrama para estimar la mediana de la altura.

.....
.....

(b) Complete la siguiente tabla de frecuencias.

Altura (h)	Frecuencia
$0 \leq h < 5$	4
$5 \leq h < 10$	9
$10 \leq h < 15$	
$15 \leq h < 20$	
$20 \leq h < 25$	

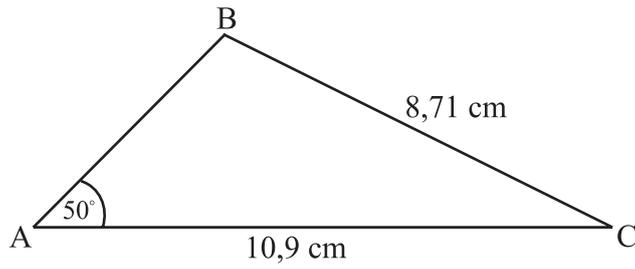
(c) A partir de lo anterior, estime la media de la altura.

.....
.....
.....
.....
.....



7. En el triángulo **obtusángulo** ABC, $AC = 10,9 \text{ cm}$, $BC = 8,71 \text{ cm}$ y $\hat{B}AC = 50^\circ$.

No representado
a escala



Halle el área del triángulo ABC.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



10. Sea $f(x) = 2^{0.5x}$ y $g(x) = 3^{-0.5x} + \frac{5}{3}$. Sea R la región completamente encerrada entre las gráficas de f y g , y el eje y . Halle el área de R .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. Sean A y B sucesos tales que $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B|A) = \frac{1}{4}$ y $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$.

- (a) Halle $P(A \cap B)$.
- (b) Halle $P(B)$.
- (c) Compruebe que A y B **no** son independientes.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



14. Sea $f(x) = \cos^3(4x+1)$, $0 \leq x \leq 1$.

(a) Halle $f'(x)$.

(b) Halle los valores **exactos** de las tres raíces de $f'(x) = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

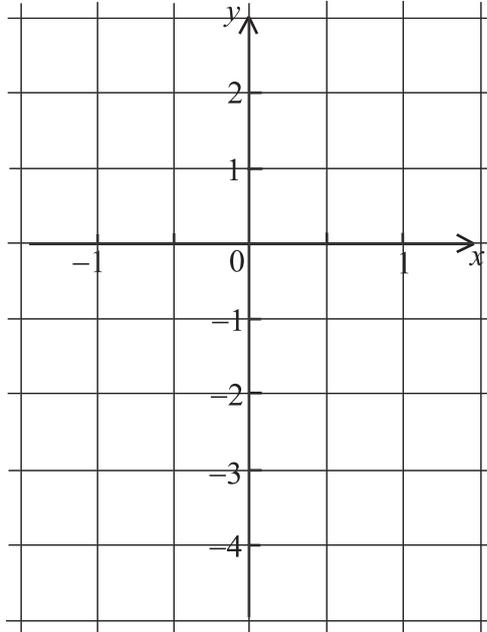
.....

.....



15. Sea f la función $f(x) = x \arccos x + \frac{1}{2}x$ para $-1 \leq x \leq 1$ y g la función $g(x) = \cos 2x$ para $-1 \leq x \leq 1$.

(a) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente la gráfica de f y la gráfica de g .



(b) Escriba la solución de la ecuación $f(x) = g(x)$.

(c) Escriba el recorrido de g .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



17. Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ k & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} h & 3 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$, donde h y k son enteros. Dado que $\det A = \det B$ y $\det AB = 256h$,

- (a) compruebe que h satisface la ecuación $49h^2 - 130h + 81 = 0$;
- (b) a partir de lo anterior, halle el valor de k .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



18. Dado que $3^{x+y} = x^3 + 3y$, halle $\frac{dy}{dx}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

19. En una sala de espera hay una fila de 10 asientos. En la sala hay seis personas.

- (a) ¿De cuántos modos diferentes pueden sentarse esas personas?
- (b) En el grupo de seis personas hay tres hermanas que se deben sentar juntas. ¿De cuántos modos diferentes puede sentarse el grupo?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

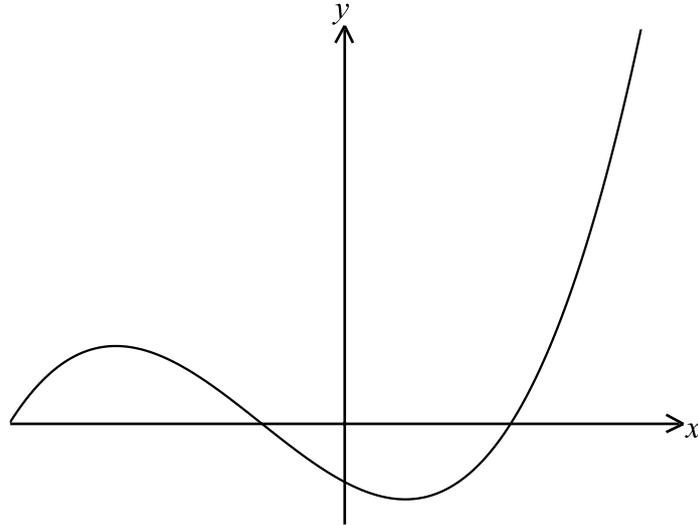
.....

.....



20. Cada uno de los siguientes diagramas muestra la gráfica de una función f . Dibuje aproximadamente sobre los ejes dados, las gráficas de

(a) $|f(-x)|$;



(b) $\frac{1}{f(x)}$.

