



MATEMÁTICAS
NIVEL SUPERIOR
PRUEBA 1

Jueves 2 de noviembre del 2000 (tarde)

2 horas

Nombre

--

Número

--	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su nombre, apellido(s) y número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- A menos que se especifique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deben expresarse en forma exacta, o con tres cifras significativas, según sea más apropiado.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en la casilla de abajo (p.ej., Casio *fx-7400G*, Sharp EL-9400, Texas Instruments TI-80).

Calculadora

Marca	Modelo

EXAMINADOR	LÍDER DE EQUIPO	IBCA
TOTAL /60	TOTAL /60	TOTAL /60

Se otorgará la puntuación máxima a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario se puede utilizar para sus cálculos el espacio debajo de la casilla. Cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. Halle los valores del número real k para los cuales el determinante de la matriz $\begin{pmatrix} k-4 & 3 \\ -2 & k+1 \end{pmatrix}$ es igual a cero.

Operaciones:

Respuestas:

2. Dadas las funciones $f: x \mapsto x + 1$ y $g: x \mapsto x^3$, halle la función $(f \circ g)^{-1}$.

Operaciones:

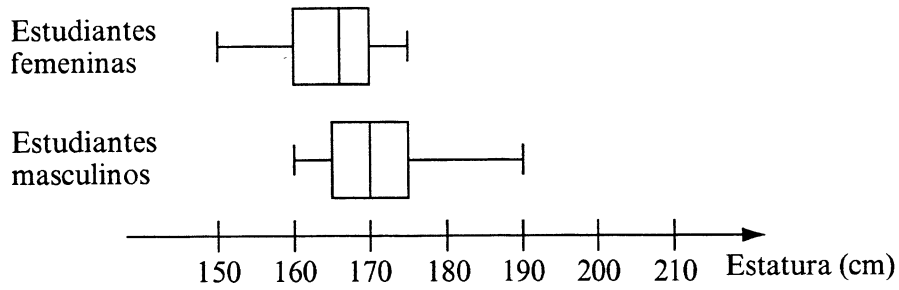
Respuesta:

3. Dada la función $f: x \mapsto x^2 \ln x$, $x > 0$, halle la función f' , derivada de f con respecto a x .

Operaciones:

Respuesta:

4. Las siguientes gráficas de caja y bigotes representan las estaturas de las estudiantes y las estaturas de los estudiantes de cierto colegio.



- (a) ¿Qué porcentaje de estudiantes femeninas tienen menor estatura que cualquier estudiante masculino?
- (b) ¿Qué porcentaje de estudiantes masculinos tienen menor estatura que algunas estudiantes femeninas?
- (c) Fijándose en la gráfica, dé una **estimación** de la altura media de los estudiantes masculinos.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

(c) _____

5. Calcule el área limitada por la gráfica de $y = x \operatorname{sen}(x^2)$ y el eje Ox , entre $x = 0$ y su intersección con el eje Ox de menor abscisa positiva.

Operaciones:

Respuesta:

6. Supuesto que los sucesos A y B son independientes y que $P(A \cap B) = 0,3$ y $P(A \cap B') = 0,3$, halle $P(A \cup B)$.

Operaciones:

Respuesta:

7. Halle la suma de los términos positivos de la sucesión aritmética 85 , 78 , 71 ,

Operaciones:

Respuesta:

8. Dada la función $f : x \mapsto \frac{1}{2} \sin 2x + \cos x$, halle los valores posibles de $\sin x$ para los que $f'(x) = 0$.

Operaciones:

Respuestas:

9. (a) Describa la transformación del plano cuya matriz es

$$M = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

(b) Halle el entero positivo n más pequeño para el que $M^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

10. Halle el número real k para el que $1 + ki$, ($i = \sqrt{-1}$), es un cero del polinomio $z^2 + kz + 5$.

Operaciones:

Respuesta:

11. Sea α el ángulo formado por los vectores \mathbf{a} y \mathbf{b} , siendo $\mathbf{a} = (\cos \theta)\mathbf{i} + (\sin \theta)\mathbf{j}$,
 $\mathbf{b} = (\sin \theta)\mathbf{i} + (\cos \theta)\mathbf{j}$, y $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$.

Expresa α en función de θ .

Operaciones:

Respuesta:

12. El coeficiente de x en el desarrollo de $\left(x + \frac{1}{ax^2}\right)^7$ es $\frac{7}{3}$. Halle los valores posibles de a .

Operaciones:

Respuestas:

13. ¿Para qué valores de m es la recta $y = mx + 5$ tangente a la parábola $y = 4 - x^2$?

Operaciones:

Respuestas:

14. La tangente a la curva $y^2 = x^3$ en el punto $P(1, 1)$ corta al eje Ox en Q y al eje Oy en R . Halle la razón $PQ : QR$.

Operaciones:

Respuesta:

15. Una sucesión geométrica indefinida converge hacia $13\frac{1}{2}$, y la suma de sus tres primeros términos es 13 . Halle el primer término.

Operaciones:

Respuesta:

16. En un triángulo ABC , $\widehat{ABC} = 30^\circ$, $AB = 6$ cm y $AC = 3\sqrt{2}$ cm. Halle las posibles longitudes de [BC] .

Operaciones:

Respuestas:

17. Resuelva la ecuación diferencial $xy \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$, sabiendo que $y = 0$ cuando $x = 2$.

Operaciones:

Respuesta:

18. Si z es un número complejo y $|z + 16| = 4|z + 1|$, halle el valor de $|z|$.

Operaciones:

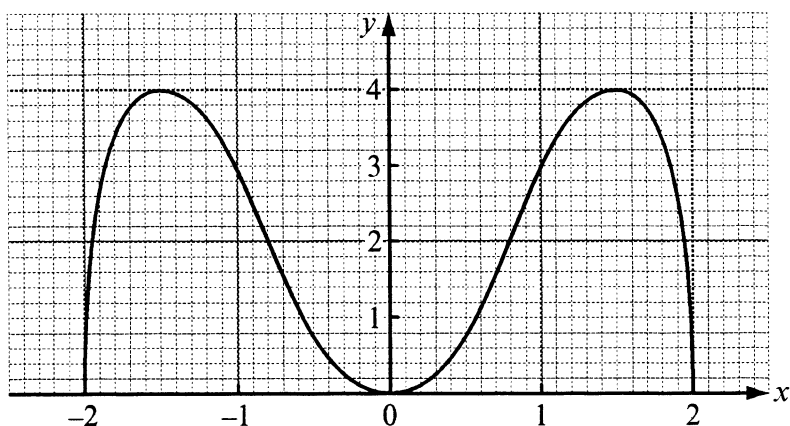
Respuesta:

19. ¿De cuántas maneras pueden repartirse seis monedas diferentes entre dos estudiantes de modo que cada estudiante reciba al menos una moneda?

Operaciones:

Respuesta:

20. La siguiente gráfica corresponde a la parte de la gráfica de $y = f(x)$ para la que $f(x) \geq 0$.



Trace un bosquejo de la gráfica de $y^2 = f(x)$ con $-2 \leq x \leq 2$, usando los ejes dados debajo.

