

**Estudios matemáticos**  
**Nivel medio**  
**Prueba 1**

Martes 10 de mayo de 2016 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Instrucciones para los alumnos**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



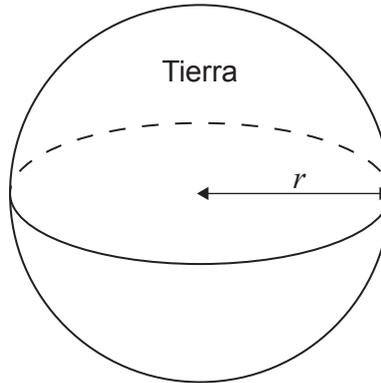
**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. Suponga que la Tierra es una esfera de radio  $r = 6,38 \times 10^3$  km.



- (a) (i) Calcule el área de la superficie de la Tierra en  $\text{km}^2$ .  
 (ii) Escriba la respuesta dada en el apartado (a)(i) en la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10$  y  $k \in \mathbb{Z}$ . [4]

La superficie de la Tierra que está cubierta por agua ocupa un área aproximada de  $3,61 \times 10^8 \text{ km}^2$ .

- (b) Calcule el porcentaje de la superficie de la Tierra que está cubierta por agua. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) (i) .....  
 (ii) .....  
 (b) .....



2. Considere los números  $-1$ ;  $4$ ;  $\frac{2}{3}$ ;  $\sqrt{2}$ ;  $0,35$  y  $-2^2$ .

Complete la siguiente tabla. En cada casilla, ponga un tic (✓) si el número pertenece a ese conjunto de números. Hemos completado la primera fila a modo de ejemplo.

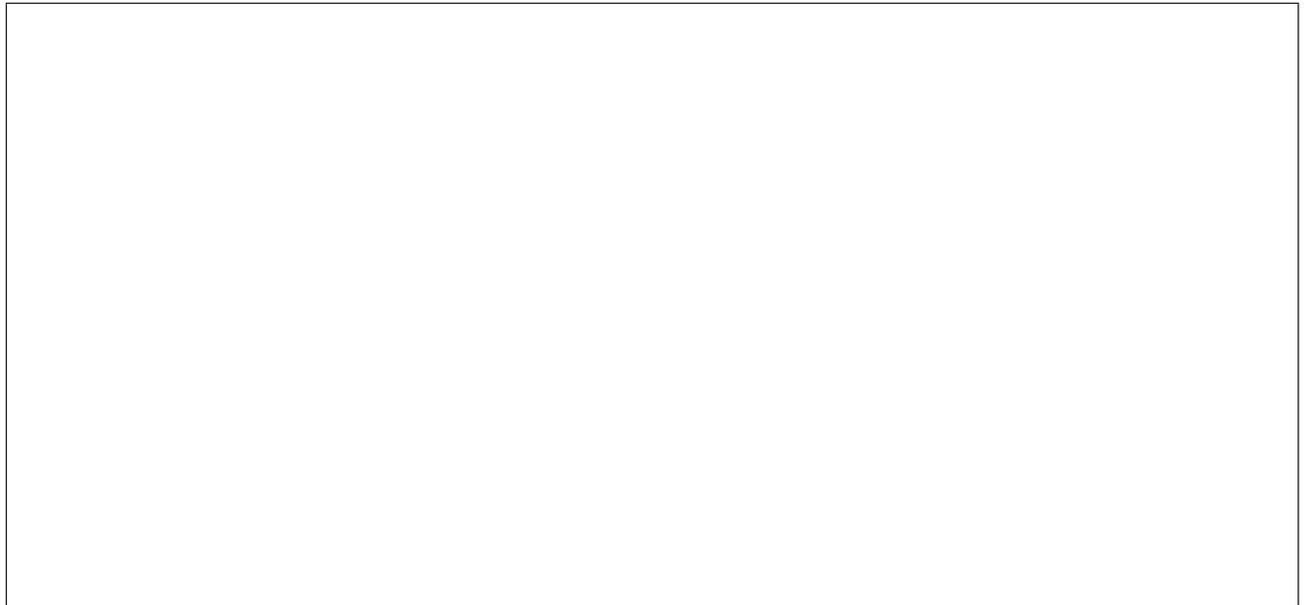
	N	Z	Q	R
-1		✓	✓	✓
4				
$\frac{2}{3}$				
$\sqrt{2}$				
0,35				
$-2^2$				

[6]



3. Una escalera de mano está de pie sobre un suelo horizontal y se apoya en un muro vertical. La escalera tiene una longitud de 4,5 metros. La distancia que hay entre la parte inferior de la escalera y la base del muro es igual a 2,2 metros.

(a) Utilice la información anterior para dibujar aproximadamente un diagrama rotulado donde se muestre el suelo, la escalera y el muro. [1]



(b) Calcule la distancia que hay entre la parte superior de la escalera y la base del muro. [2]

(c) Calcule el ángulo **obtuso** que forma la escalera con el suelo. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(b) .....

(c) .....



4. Considere las siguientes proposiciones:

- $p$ : Se ha suspendido la clase
- $q$ : El profesor no ha venido a clase
- $r$ : Los alumnos están en la biblioteca.

(a) Escriba con palabras la proposición compuesta  $q \Rightarrow (p \wedge r)$ . [3]

(b) Complete la siguiente tabla de verdad. [2]

$q$	$r$	$\neg r$	$q \Rightarrow \neg r$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

(c) **A partir de lo anterior**, justifique por qué  $q \Rightarrow \neg r$  no es una tautología. [1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(c) .....



5. Dos amigos, Sensen y Cruz, están llevando a cabo una investigación sobre probabilidad. Sensen tiene un dado equilibrado de seis caras numeradas 1, 2, 2, 4, 4 y 4. Cruz tiene un disco equilibrado que tiene un lado rojo y un lado azul.

El dado y el disco se lanzan a la vez.

Halle la probabilidad de que

- (a) en el dado salga un 1 y el disco caiga del lado de color azul; [2]
- (b) en el dado salga un 1 o el disco caiga del lado de color azul; [2]
- (c) en el dado salga un número par, sabiendo que el disco ha caído del lado de color rojo. [2]

**Operaciones:**

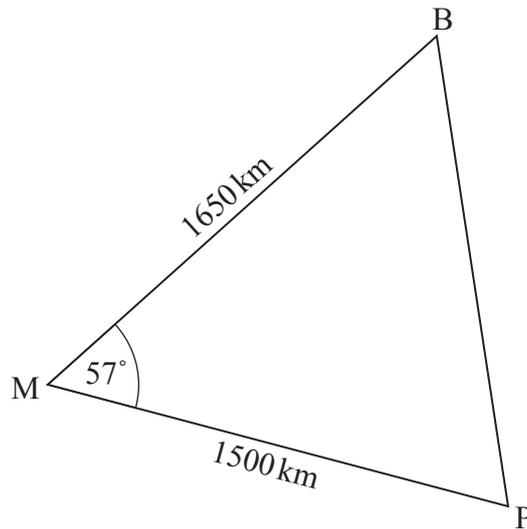
**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



6. Cuando Bermudas (B), Puerto Rico (P), y Miami (M) se unen en un mapa utilizando líneas rectas se forma un triángulo. A este triángulo se le conoce con el nombre de Triángulo de las Bermudas.

Según el mapa, la distancia MB es igual a 1650 km, la distancia MP es igual a 1500 km y el ángulo BMP mide  $57^\circ$ .



la figura no está dibujada a escala

- (a) Calcule la distancia que hay entre Bermudas y Puerto Rico, BP. [3]
- (b) Calcule el área del Triángulo de las Bermudas. [3]

Operaciones:

Respuestas:

(a) .....

(b) .....



7. Se hizo una encuesta tomando una muestra aleatoria de personas y se les preguntó cuál era su programa de TV preferido. A estas personas se les agrupó por sexo y por el tipo de programas de TV que preferían ver (Deportes, Documentales, Informativos y programas de Telerrealidad).

Los resultados se muestran en la siguiente tabla de contingencia:

	Deportes	Documentales	Informativos	Telerrealidad	Total
Hombres	20	24	32	11	87
Mujeres	18	30	20	25	93
Total	38	54	52	36	180

(a) Halle el número esperado de mujeres que prefieren ver documentales. [2]

Se utiliza una prueba de  $\chi^2$  a un nivel de significación del 5% para determinar si el tipo programa de TV que prefiere ver una persona es independiente del sexo.

(b) Escriba el valor del parámetro  $p$  para esta prueba. [2]

(c) Indique la conclusión de esta prueba. Dé una razón que justifique su respuesta. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



8. Considere la curva  $y = 1 + \frac{1}{2x}$ ,  $x \neq 0$ .

(a) Para esta curva, escriba

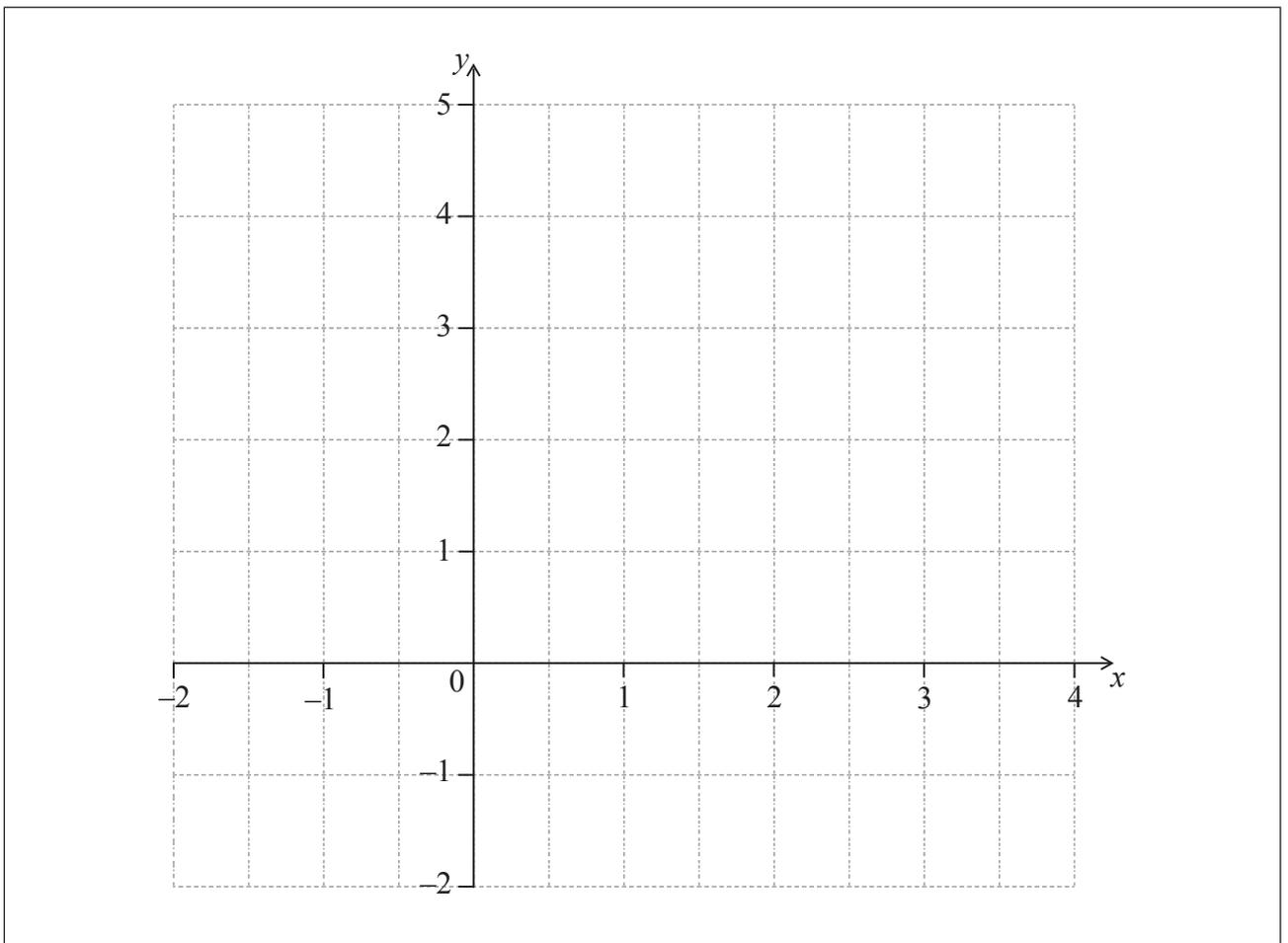
(i) el valor de la intersección con el eje  $x$ ;

(ii) la ecuación de la asíntota vertical.

[3]

(b) En los siguientes ejes de coordenadas dibuje aproximadamente la curva para  $-2 \leq x \leq 4$ .

[3]



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 8: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) (i) .....
- (ii) .....

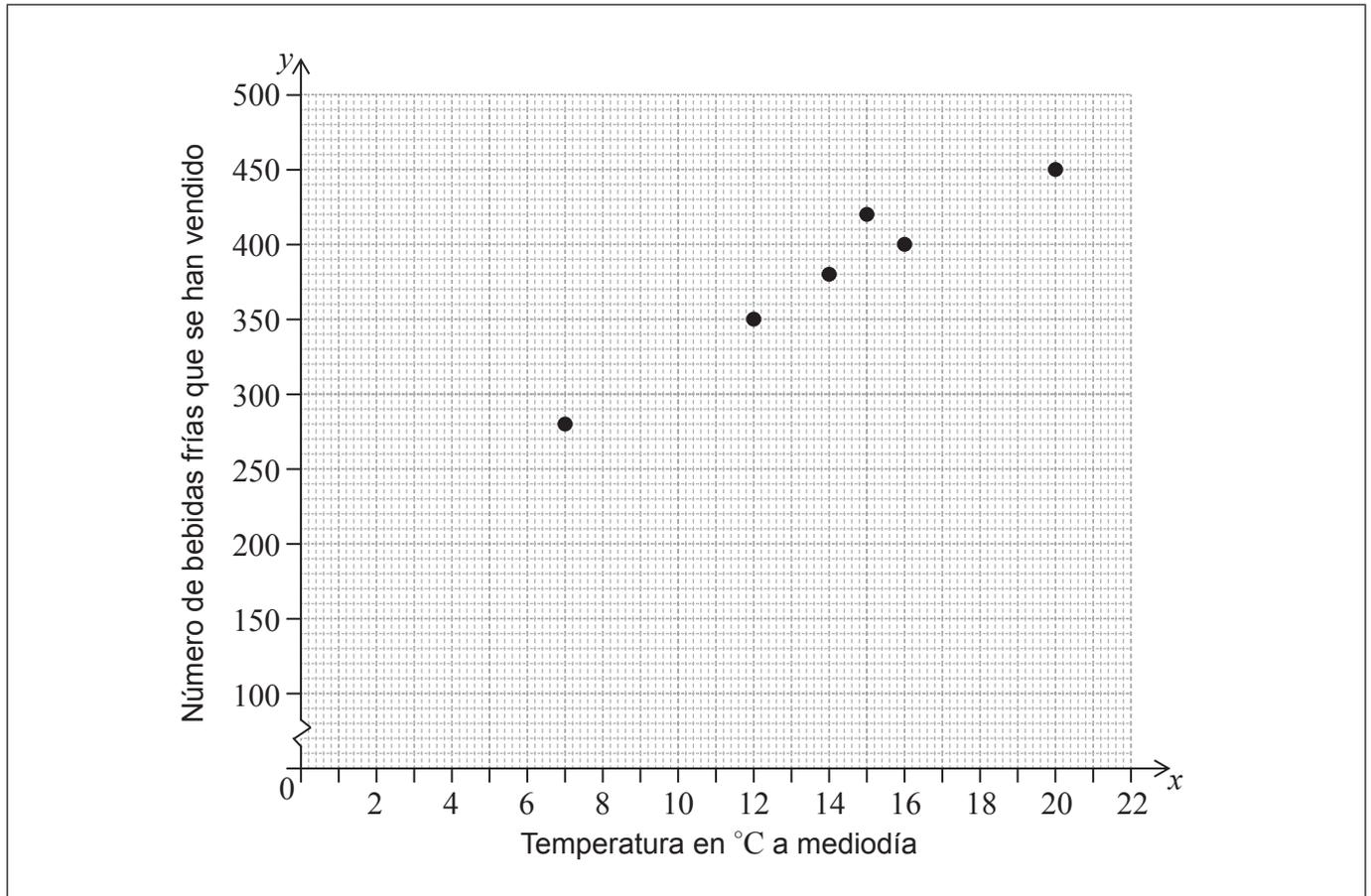


20EP11

**Véase al dorso**

9. Hay un supermercado que anota diariamente la temperatura que hizo a mediodía y el número de bebidas frías que se han vendido ese día. La siguiente tabla muestra los datos que ha recogido el supermercado en los últimos 6 días. Estos datos también se muestran en un diagrama de dispersión.

<b>Temperatura en °C a mediodía (x)</b>	7	12	14	15	16	20
<b>Número de bebidas frías que se han vendido (y)</b>	280	350	380	420	400	450



- (a) Escriba
- (i) la media de la temperatura,  $\bar{x}$  ;
  - (ii) la media del número de bebidas frías que se han vendido,  $\bar{y}$  . [2]
- (b) En el mismo diagrama de dispersión, dibuje con precisión la recta de ajuste óptimo. [2]
- (c) Utilice la recta de ajuste óptimo para estimar el número de bebidas frías que se venden en un día en el que la temperatura a mediodía es igual a 10°C. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



**(Pregunta 9: continuación)**

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) (i) .....
- (ii) .....
- (c) .....



20EP13

**Véase al dorso**

10. Obi viaja de Dubái a Pretoria y, para ello, cambia en un banco 2000 dirhams de Emiratos Árabes Unidos (AED). A cambio recibe 6160 rands sudafricanos (ZAR). El tipo de cambio aplicado es  $1 \text{ AED} = x \text{ ZAR}$ .

(a) Calcule el valor de  $x$ .

[2]

Obi decide invertir la mitad del dinero que ha recibido, es decir, 3080 ZAR, en una cuenta donde le pagan un tipo de interés nominal del 9%, **compuesto mensualmente**.

La cantidad de dinero que hay en la cuenta se habrá duplicado antes de que finalice el  $n$ -ésimo año de inversión.

(b) Calcule el mínimo valor de  $n$ .

[4]

**Operaciones:**

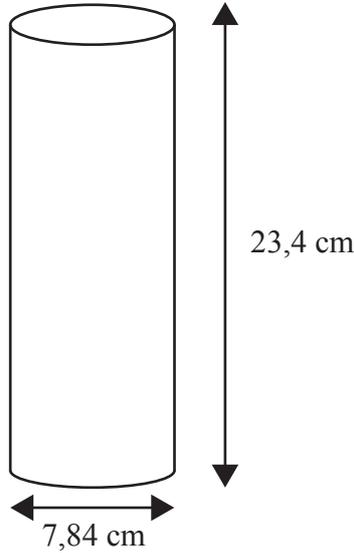
**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....



11. El bote donde se venden unos aperitivos tiene forma cilíndrica. El diámetro de la base es igual a 7,84 cm. La altura del bote es igual a 23,4 cm. Esta información se muestra en la siguiente figura.



la figura no está dibujada a escala

- (a) Escriba el radio, en cm, de la base del bote. [1]
- (b) Calcule el área de la base del bote. [2]
- Dan tiene previsto pintar la superficie curva y la base del bote.
- (c) Calcule el área que va a pintar. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



12. La ecuación de la recta  $L_1$  es  $y = 2x - 3$ .

(a) Escriba cuál es la intersección de  $L_1$  con el eje  $y$ . [1]

(b) Escriba la pendiente de  $L_1$ . [1]

La recta  $L_2$  es paralela a  $L_1$  y pasa por el punto  $(0, 3)$ .

(c) Escriba la ecuación de  $L_2$ . [1]

La recta  $L_3$  es perpendicular a  $L_1$  y pasa por el punto  $(-2, 6)$ .

(d) Escriba la pendiente de  $L_3$ . [1]

(e) Halle la ecuación de  $L_3$ . Dé la respuesta en la forma  $ax + by + d = 0$ , donde  $a$ ,  $b$  y  $d$  son números enteros. [2]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....

(c) .....

(d) .....

(e) .....



13. Una población de mosquitos disminuye de manera exponencial. El tamaño de la población,  $P$ , al cabo de  $t$  días está modelado por

$$P = 3200 \times 2^{-t} + 50, \text{ donde } t \geq 0.$$

- (a) Escriba el tamaño **exacto** de la población inicial. [1]
- (b) Halle el tamaño de la población al cabo de 4 días. [2]
- (c) Calcule el tiempo que ha de transcurrir para que el tamaño de la población disminuya hasta 60. [2]

La población se estabilizará cuando alcance un tamaño igual a  $k$ .

- (d) Escriba el valor de  $k$ . [1]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



14. A un grupo de alumnos les preguntaron cuándo tiempo dedicaban a la semana a practicar matemáticas. Los resultados se muestran en la siguiente tabla.

Tiempo, $t$ (horas)	Número de alumnos
$0 \leq t < 1$	35
$1 \leq t < 2$	30
$2 \leq t < 3$	$a$
$3 \leq t < 4$	52
$4 \leq t < 5$	43

Se sabe que  $35 < a < 52$ .

(a) Escriba

- (i) la clase modal;
- (ii) el valor central del intervalo correspondiente a la clase modal;
- (iii) la clase en la que se encuentra la mediana.

[3]

Para este grupo de alumnos, la media estimada del número de horas que dedican a practicar matemáticas es igual a 2,69.

(b) Calcule el valor de  $a$ .

[3]

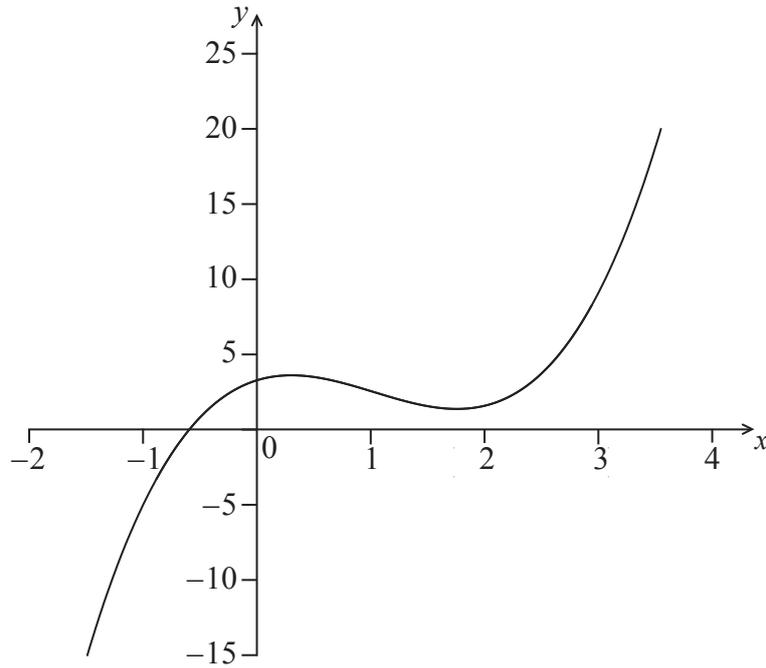
**Operaciones:**

**Respuestas:**

- (a) (i) .....
- (ii) .....
- (iii) .....
- (b) .....



15. Considere la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ . A continuación se muestra una parte del gráfico de  $f$ .



- (a) Halle  $f'(x)$ . [3]
  
- (b) Hay dos puntos en los que la pendiente del gráfico de  $f$  es igual a 11. Halle la abscisa (coordenada  $x$ ) de esos puntos. [3]

**Operaciones:**

**Respuestas:**

(a) .....

(b) .....



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



20EP20