

數學 必修部分 試卷一 練習卷

2012 年 2 月



香港考試及評核局
Hong Kong
Examinations and
Assessment Authority

內容簡介

- 考試形式
- 題目介紹
- 評卷參考
- 學生表現
- 答卷示例
- 一般建議



考試形式

- 考試時間：2小時15分鐘
- 佔必修部分 65%
- 本卷分爲兩部，全部題目均須作答
- 甲部題目範圍爲必修部分之基礎課題及初中課程基礎部分
- 乙部題目範圍爲必修部分及初中課程基礎部分與非基礎部分



題目介紹－題 7

圖 1 中， BD 為圓 $ABCD$ 的一直徑。
若 $AB=AC$ 及 $\angle BDC=36^\circ$ ，
求 $\angle ABD$ 。

- 圓上角的性質
為基礎課題

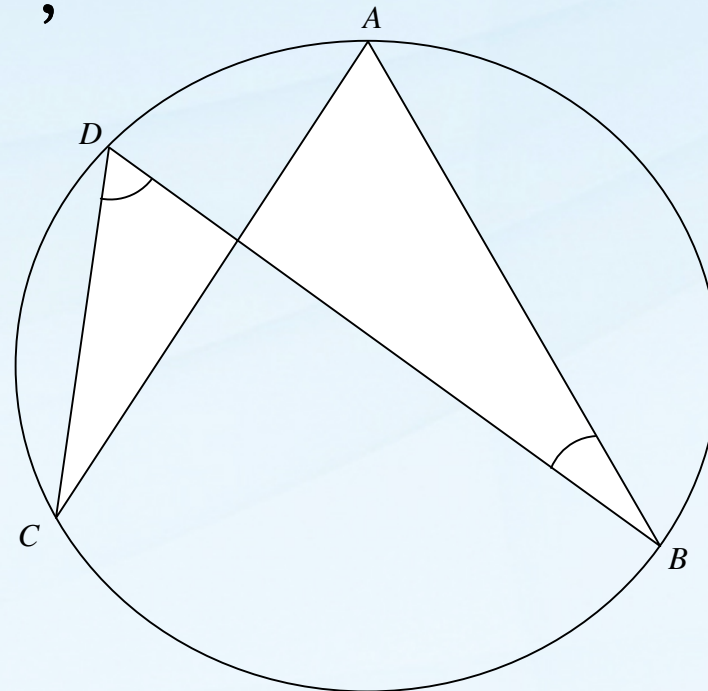


圖 1



題目介紹 – 題 9

下表顯示一群小童在某日的上網時數的分佈。

上網時數	2	3	4	5
小童人數	r	8	12	s

已知 r 及 s 均為正數。

- (a) 求該分佈的四分位數間距的最小可取值及最大可取值。
- (b) 若 $r = 9$ 及該分佈的中位數為 3，則 s 有多少個可取值？試解釋你的答案。

- 不需複雜運算，但需理解四分位數間距及中位數的概念



題目介紹 – 題 12

圖 2 顯示在某下午 1:00 至 3:00 期間，在 P 城與 Q 城之間的同一直路上珮玲及志偉跑步的圖像。珮玲以恆速率跑步。已知 P 城與 Q 城相距 16km。

- 志偉在該期間靜止了多久？
- 在該期間，珮玲和志偉於距離 P 城多遠的地點相遇？
- 利用在該期間的平均速率，判別誰跑得較快。試解釋你的答案。

- 數學的進一步應用 - 與現實生活情境有關的圖像，需要觀察及闡釋圖像並解釋答案



題目介紹 – 題 15

一班學生在某測驗的平均得分為 **48** 分。已知小麗及偉明在該測驗的得分分別為 **36** 分及 **66** 分。小麗在該測驗的標準分為 **-2**。

- (a) 求偉明在該測驗的標準分。
- (b) 該班一學生家華退學，且他的測驗得分因而被刪去。已知他的測驗得分為 **48** 分。由於家華的測驗得分被刪去，偉明的標準分會否因此而改變？試解釋你的答案。

- 標準分是新課題
- 學生需用文字、數學語言及符號解釋他們的答案



題目介紹 – 題 16

某班有 18 名男生及 12 名女生。從該班中隨機選出 4 名學生組成班會。

- (a) 求班會只有男生的概率。
- (b) 求班會至少有 1 名男生及 1 名女生的概率。

- 可用相關事件的乘法定律或新課題排列及組合的方法計算



題目介紹 – 題 19

某公司在第 1 年的投資金額為 \$4 000 000。在隨後每年，投資金額均較前一年少 $r\%$ 。在第 4 年的投資金額為 \$1 048 576。

- (a) 求 r 。
- (b) 該公司在第 1 年的收入為 \$2 000 000。在隨後每年，收入均較前一年少 20%。
 - (i) 求使該公司總收入多於 \$9 000 000 的所需最少年數。
 - (ii) 該公司的總收入會否多於 \$10 000 000？試解釋你的答案。
 - (iii) 該公司的經理宣稱該公司的總收入會多於總投資金額。你是否同意？試解釋你的答案。

- 綜合不同數學課題：百分數、對數、等比數列及不等式



評卷參考

「**M**」分：使用正確方法的得分

「**A**」分：正確答案的得分

沒有「**M**」或「**A**」的分：正確地完成證題或推演得題目所給的答案的得分



評卷參考 – 示例

評卷參考		示例 1	
(a) ...	1M	(a) ...	1M
$x = 5$	1A	$x = 5$	1A
(b) 把 $x = 5$ 代入 $y = x^2 - 3x$		(b) $y = 5^2 - 3(5)$	1M
$y = 5^2 - 3(5)$	1M	$y = 10$	1A
$y = 10$	1A		



評卷參考 - 示例

示例 2		示例 3	
(a) ...		(a) ...	
$x = 7$	0A	$x = -2$	0A
(b) $y = 7^2 - 3(7)$	1M	(b) $y = (-2)^2 - 3(-2)$	1M
$y = 28$	0A	$y = 10$	0A



評卷參考

u-1：因錯誤單位而被扣 1 分

pp-1：因表達欠佳而被扣 1 分

在甲部 (1) 和甲部 (2)，每部最多可扣 1 分

塗上陰影的部分代表可省略的步驟

有外框的部分代表運用不同方法的答案



評卷參考 – 題 7

- 1A : 給 $\angle BCD = 90^\circ$,
利用「半圓上的圓周角」
- 1M : 給 $\angle BAC = \angle BDC = 36^\circ$,
利用「同弓形內圓周角」
- 1M : 給 $\angle ABC = (180^\circ - 36^\circ) / 2$,
利用「等腰三角形的底角」
- 1A : 給正確答案
- u-1 : 給漏寫單位



評卷參考 – 題 12 (a) 及 (b)

1M : 給計算時段的方法

1A : 給正確的時段

u-1 : 給漏寫單位

pp-1 : 給未有定義的符號

1M : 給比 **78:120**

1A : 給利用比 **78:120** 的正確數式

1A : 給正確答案



評卷參考 – 題 12 (c)

1M : 計算佩玲或志偉的平均速率的方法

1A : 給正確答案(志偉跑得較快), 並顯示正確理由 (志偉的平均速率較佩玲的高), 且佩玲及志偉的平均速率都計算正確

另解

1M : 給指出在相同時段佩玲及志偉所跑的距離

1A : 給正確答案, 並顯示正確理由



評卷參考 – 題 15

1M : 給利用標準分的公式

1A : 給正確答案(偉明在該測驗的標準分)

1M : 給指出標準差增加。

1A : 給正確答案(偉明的標準分減少)，並顯示正確理由(平均得分沒有改變及標準差增加)



學生表現 – 題 2、5

- 在題 **2**，整體表現甚佳，少數學生誤以為題目要求「令 b 成為公式的主項」
- 在題 **5**，整體表現良好，部分學生誤以為一個瓶子與一個杯子的容量之比是 **3:4**



學生表現 – 題 7

- 整體表現甚佳
- 少數學生誤以為 AC 與 BD 互相垂直
- 少數學生未能利用 BD 為圓 $ABCD$ 的一直徑這條件得出 $\angle BCD=90^\circ$



學生表現 – 題 9

- 在(a)，大部分學生誤以為該分佈的四分位數間距的最小可取值是 1
- 在(b)，大部分學生誤以為 s 的最小可取值是 0 或 s 的最大可取值是 5



學生表現 – 題 12

- 在(a)，整體表現甚佳，少數學生誤將 1 時 32 分當作 1.32 小時
- 在(b)，部分學生誤將下午 1:00 至 3:00 期間的時段當作 3 小時計算
- 在(c)，部分學生對平均速率的理解不清



學生表現 – 題 15

- 在(a)，整體表現良好，部分學生誤用 $-2(66-36)/(48-36)$ 去計算偉明在該測驗的標準分
- 在(b)，雖然大大部分學生能指出平均得分不變，但很多學生未能指出標準差如何改變，以致未能解釋偉明的標準分之改變



學生表現 – 題 16

- 在(a)，整體表現良好，部分學生混淆了相關事件與獨立事件
- 在(b)，很多學生誤以為班會只有男生與班會至少有 1 名男生及 1 名女生是互補事件



學生表現 – 題 17

- 在(a)，整體表現良好，部分學生誤以為 $(1+2i)(1-2i) = -3$
- 在(b)(i)，很多學生誤以為兩根之和等於 p 而非 $-p$
- 在(b)(ii)，很多學生誤以為 $r \geq 4^2 - 4(1)(20)$



學生表現 – 題 18

- 在(a)，整體表現良好，很多學生能利用餘弦公式得出 AB 的長度
- 在(b)，大部分學生誤以為平面 ABC 與平面 ABD 間之交角是 $\angle CBD$
- 在(c)，大部分學生只能描述 $\angle CPD$ 的變化而沒有提供解釋



學生表現 – 題 19

- 在(a)，很多學生誤以為第 4 年的投資額是 $\$4\,000\,000(1-r\%)^4$ ，而另有部分學生誤以為 $r = 0.36$
- 在(b)(i)，大部分學生在處理不等式時出現困難
- 在(b)(ii)，很多學生誤以為當無限項之和等於 $\$10\,000\,000$ 時就可得出該公司的總收入會多於 $\$10\,000\,000$ 的結論
- 在(b)(iii)，少數學生能正確完成本部



答卷示例 - 表現良好

19. 某公司在第 1 年的投資金額為 \$4000000。在隨後每年，投資金額均較前一年少 $r\%$ 。在第 4 年的投資金額為 \$1048576。

(a) 求 r 。 (2分)

(b) 該公司在第 1 年的收入為 \$2000000。在隨後每年，收入均較前一年少 20%。

(i) 求使該公司總收入多於 \$9000000 的所需最少年數。

(ii) 該公司的總收入會否多於 \$10000000？試解釋你的答案。

(iii) 該公司的經理宣稱該公司的總收入會多於總投資金額。你是否同意？試解釋你的答案。

(10分)

$$(a) \quad 4000000(1-r\%)^3 = 1048576 \quad \checkmark \quad 1M$$

$$r = 36 \quad \checkmark \quad 1A$$

$$(b)(i) \quad 2000000 + 2000000(1-20\%) + \dots + 2000000(1-20\%)^{n-1} > 9000000 \quad \checkmark \quad 1M$$

$$\frac{2000000(1-0.8^n)}{1-0.8} > 9000000 \quad \checkmark \quad 1M$$

$$0.1 > 0.8^n$$

$$n > 10.3 \quad \checkmark \quad 1M$$

\therefore 第 10 年才多於 \times

$$(b)(ii) \quad \frac{2000000(1-0.8^n)}{1-0.8} > 10000000$$

$$0 > 0.8^n \quad \checkmark \quad 1M$$

\therefore 無解

\therefore 不會多於 \$10000000 $\checkmark \quad 1A$

$$(b)(iii) \quad \frac{2000000(1-0.8^n)}{1-0.8} > \frac{4000000(1-0.64^n)}{1-0.64} \quad \checkmark \quad 1M$$

$$36 - 36(0.8^n) > 40 - 40(0.8^n)^2$$

$$40(0.8^n)^2 - 36(0.8^n) - 4 > 0 \quad \checkmark \quad 1M$$

$$0.8^n > 1, \quad 0.8^n < -0.1 \quad \checkmark \quad 1M$$

$$n < 0 \quad \text{無解}$$

\therefore 不會 $\checkmark \quad 1A$

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。



答卷示例 - 表現良好

18. Figure 4 shows a geometric model $ABCD$ in the form of tetrahedron. It is found that $\angle ACB = 60^\circ$, $AC = AD = 20$ cm, $BC = BD = 12$ cm and $CD = 14$ cm.

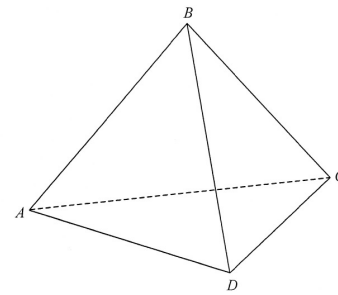


Figure 4

Answers written in the margins will not be marked.

Answers written in the margins will not be marked.

- (a) Find the length of AB . (2 marks)
- (b) Find the angle between the plane ABC and the plane ABD . (4 marks)
- (c) Let P be a movable point on the slant edge AB . Describe how $\angle CPD$ varies as P moves from A to B . Explain your answer. (2 marks)

(a) $AB = \sqrt{12^2 + 20^2 - 2(12)(20)\cos 60^\circ}$ ✓ 1M
 $= 17.4355958 \approx 17.4$ cm ✓ 1A

(b) Set M on AB s.t. $DM \perp AB$, $CM \perp AB$

$\frac{\sin \angle BAD}{12} = \frac{\sin 60^\circ}{17.4355958}$ ✓ 1M

$\angle BAD = 36.586776^\circ$

$CM = DM = 20 \sin 36.586776^\circ = 11.92079121$ ✓ 1M

$\cos \angle CMD = \frac{2(11.92079121)^2 - 14^2}{2(11.92079121)^2}$ ✓ 1M

$\angle CMD = 71.918448^\circ \approx 71.9^\circ$ ✓ 1A

(c) $\therefore \sin \frac{\angle CPD}{2} = \frac{CD}{2CP}$, $CP \geq CM$

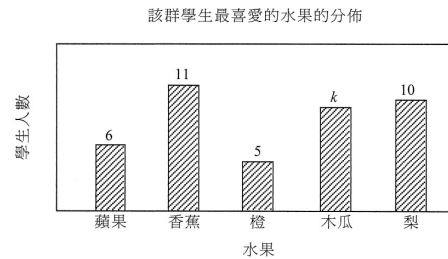
$\therefore \angle CPD \leq \angle CMD$ ✓ 1M

$\angle CPD$ inc. from A to M , then dec. from M to B .
 X



答卷示例 - 表現中等

13. 下面的棒形圖顯示某群學生最喜愛的水果的分佈。已知每名學生只有一種最喜愛的水果。



若從該群中隨機選出一名學生，則其最喜愛的水果是蘋果的概率為 $\frac{3}{20}$ 。

- (a) 求 k 。 (3分)
- (b) 假定以圓形圖表示上述分佈。
- (i) 求表示最喜愛的水果是橙的扇形的角。
- (ii) 現有一些新學生加入該群且這些學生各人最喜愛的水果均是橙。表示最喜愛的水果是橙的扇形的角會否是原來的兩倍？試解釋你的答案。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

寫於邊界以外的答案，將不予評閱。

(4分)

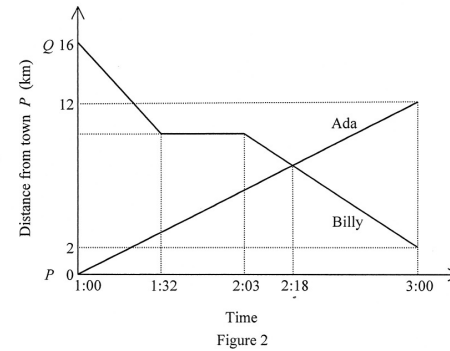
a) 蘋有6个人, 但概率為 $\frac{3}{20}$, 即未約簡前為 $\frac{6}{40}$ 人
 $\therefore k = 40 - 6 - 11 - 5 - 10 = 8$ ✓ 1M+1A 1M

b) (i) $(360 \div 40) \times 5 = 45^\circ$ ✓ 1M+1A
 (ii) 不會, 因為整體人數改變後, 360° 分配多於
 每個人所得到的角度亦會變少, 因此在此
 變化下, 喜歡橙的人數不一定会是原來的兩
 倍。以增加 10 个人為例, 喜歡橙的角度
 會變成
 $(360 \div 50) \times 15 = 108^\circ$
 而 $108 \div 2 = 54^\circ$
 非 45° , 所以不成立。X



答卷示例 - 表現中等

12. Figure 2 shows the graphs for Ada and Billy running on the same straight road between town P and town Q during the period 1:00 to 3:00 in an afternoon. Ada runs at a constant speed. It is given that town P and town Q are 16 km apart.



Answers written in the margins will not be marked.

- (a) How long does Billy rest during the period? (2 marks)
- (b) How far from town P do Ada and Billy meet during the period? (3 marks)
- (c) Use average speed during the period to determine who runs faster. Explain your answer. (2 marks)

(a) Billy rest 31 mins. ✓ 1M
1A

(b) The distance from town P
 $= \frac{14}{120} \times (60+18)$ 1M
 $= 9.1 \text{ km}$ X

(c) Average speed of Ada $= \frac{12}{120} = 0.1 \text{ km/min}$ ✓ 1M
 Average speed of Billy $= \frac{14}{120} = 0.117 \text{ km/min}$
 $> 0.1 \text{ km/min}$
 \therefore Billy runs faster. ✓ 1A

Answers written in the margins will not be marked.



答卷示例 - 表現稍遜

予
評
閱
。

2. 令 a 成為公式 $\frac{5+b}{1-a} = 3b$ 的主項。

(3 分)

予
評
閱
。

$$\frac{5+b}{1-a} = 3b$$

$$5+b = 3b(1-a) \quad \checkmark \quad 1M$$

$$5+b = 3b - a$$

$$5 = 4b - a$$

$$5 - a = 4b$$

$$\frac{5-a}{4} = b \quad X$$



答卷示例 – 表現稍遜

1. Simplify $\frac{(m^5n^{-2})^6}{m^4n^{-3}}$ and express your answer with positive indices. (3 marks)

$$\frac{m^{11}n^4}{m^4n^{-3}}$$

$$= m^7n^3n^4 \quad \checkmark \quad 1M$$

$$= m^7n^7 \quad \times$$



一般建議

學生應注意下列各點：

- 審題要小心，表達要清晰及有條理
- 詳細列出所有算式及清楚解釋如何從前提得出結論
- 掌握一些基本的數學課題，如指數、主項轉換、因式分解、百分數、線性方程及坐標等



一般建議

- 對數據處理範疇的名詞及其應用有更好的理解
- 發展較強的空間感，如在立體圖形中分辨出直角三角形與非直角三角形
- 在解三角題過程中充分利用計算機的記憶空間去儲存較多的有效數字
- 探索題目不同部分的相互關係



謝謝!



香港考試及評核局
Hong Kong
Examinations and
Assessment Authority