

B

Register Number

--	--	--	--	--	--

Part III — MATHEMATICS
(Telugu Version)

Time Allowed : 3 Hours]

[Maximum Marks : 200

విభాగము - A

- గమనిక : i) అన్ని ప్రశ్నలు అనివార్యము.
 ii) ప్రతియొక్క ప్రశ్నకు ఒక మార్కు.
 iii) ఇచ్చిన నాలుగు జవాబులలో సరియైన దానిని ఎన్నుకొని వ్రాయుము. $40 \times 1 = 40$

1. $y = ae^{3x} + be^{-3x}$ నుండి a మరియు b లను తీసివేయుట వలన పొందు అవకలన సమీకరణము

a) $\frac{d^2 y}{dx^2} + ay = 0$

b) $\frac{d^2 y}{dx^2} - 9y = 0$

c) $\frac{d^2 y}{dx^2} - 9 \frac{dy}{dx} = 0$

d) $\frac{d^2 y}{dx^2} + 9x = 0$

2. $\sin x (dx + dy) = \cos x (dx - dy)$ అవకలన సమీకరణము యొక్క క్రమాంకము మరియు కోణాంకము (Order and degree)

a) 1, 1

b) 0, 0

c) 1, 2

d) 2, 1

[Turn over

3023

2

3. నిబంధాత్మక కథనము $p \rightarrow q$ కి సమముగా ఉండునది

a) $p \vee q$

b) $p \vee \sim q$

c) $\sim p \vee q$

d) $p \wedge q$

4. పైలోని ఒక యుగ్మ పరిక్రియ '-' అయియున్నది.

a) N

b) $Q - \{0\}$

c) $R - \{0\}$

d) Z

5. $(Z_9, +_9)$ లో $[7]$ యొక్క క్రమాంకము (Order)

a) 9

b) 6

c) 3

d) 1

6. $f(x) = x^2 + 2x - 1$, $a = 0$, $b = 1$ ఫలనముకోసం ల్యాగ్రాంజ్ మధ్యమ విలువ సిద్ధాంతము యొక్క C విలువ

a) -1

b) 1

c) 0

d) $\frac{1}{2}$

B

7. 'c లో f ఒక స్థానిక పరమావధిని (Extremum) (కనిష్ట లేదా గరిష్ట) పొందియున్నచో మరియు $f'(c)$ అస్తిత్వములో నున్నచో అప్పుడు $f'(c) = 0$ అను కథనము

- a) పరమావధి మౌల్య సిద్ధాంతమయి యుండును
- b) ఫెర్మాటుని సిద్ధాంతమయి యుండును
- c) మధ్యమ నియమమయి యుండును
- d) రోల్లే సిద్ధాంతమయి యుండును

8. $u = f\left(\frac{y}{x}\right)$ అయిన, $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y}$ కి సమమయినది

- a) 0
- b) 1
- c) 2u
- d) u

9. $y^2(a+x) = x^2(3a-x)$ వక్రము ఏ ప్రదేశములో ఉండదు ?

- a) $x > 0$
- b) $0 < x < 3a$
- c) $x \leq -a$ మరియు $x > 3a$
- d) $-a < x < 3a$

10. $\int_0^1 x(1-x)^4 dx$ విలువ

- a) $\frac{1}{12}$
- b) $\frac{1}{30}$
- c) $\frac{1}{24}$
- d) $\frac{1}{20}$

B

[Turn over

11. ఒక కూన్యము కాలేని సంకీర్ణ సంఖ్యను z ప్రతినిధించినచో, అపుడు $\arg(z) + \arg\left(\frac{1}{z}\right)$ విలువ

a) $\frac{\pi}{4}$

b) $\frac{\pi}{2}$

c) 0

d) $-\frac{\pi}{4}$

12. $x = \cos \theta + i \sin \theta$ అయిన, $x^n + \frac{1}{x^n}$ కి సమమైనది

a) $2 \cos n \theta$

b) $2i \sin n \theta$

c) $2 \sin n \theta$

d) $2i \cos n \theta$

13. ఏకత్వము (Unity) యొక్క సంకీర్ణ ఘనమూలము ω అయిన,

$$(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^4)(1 - \omega^8) \text{ విలువ}$$

a) 9

b) -9

c) 16

d) 32

14. ఈ క్రిందివానిలో ఏది సరి కాదు ?

a) $\operatorname{Re}(z) \leq |z|$

b) $\operatorname{Im}(z) \leq |z|$

c) $z \bar{z} = |z|^2$

d) $\operatorname{Re}(z) \geq |z|$

B

20. \vec{p} , \vec{q} మరియు $\vec{p} + \vec{q}$ లు λ పరిమాణ (Magnitude) యొక్క సదిశ అయిన, $|\vec{p} - \vec{q}|$ సమమైనది

a) 2λ

b) $\sqrt{3}\lambda$

c) $\sqrt{2}\lambda$

d) 1

21. ఈ క్రిందివానిలో ఏది పునరావృత్తి (Tautology) ?

a) $p \vee q$

b) $p \wedge q$

c) $p \vee \sim p$

d) $p \wedge \sim p$

22. X ఒక భిన్న యాదృచ్ఛిక చలరాశి అయి, అది 0, 1, 2 మరియు $P(X=0) = \frac{144}{169}$, $P(X=1) = \frac{1}{169}$ విలువలను తీసుకొనును. అప్పుడు $P(X=2)$ విలువ

a) $\frac{145}{169}$

b) $\frac{24}{169}$

c) $\frac{2}{169}$

d) $\frac{143}{169}$

23. X యాదృచ్ఛిక చలరాశి విస్తృతి (Variance) 4 మరియు మధ్యమము 2. అప్పుడు $E(X^2)$ కి సమమైనది

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

B

24. ఒక పొనాస్ విభాజనములో $P(X=0) = k$ అయిన, విస్తృతి

a) $\log\left(\frac{1}{k}\right)$

b) $\log k$

c) e^k

d) $\frac{1}{k}$

25. ఒక ఆదర్శ సామాన్య వినియోగముకోసం మధ్యమము మరియు విస్తృతి

a) μ, σ^2

b) μ, σ

c) 0, 1

d) 1, 1

26. $y = x$ రేఖ, x -అక్షము మరియు $x = 1$ మరియు $x = 2$ నిరూపకములతో (Ordinates) ఆవరించుచుండు వైశాల్యము

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{2}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{2}$

27. ప్రధాన మరియు లఘు అక్షమును గురించి $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ దీర్ఘవృత్తము యొక్క వైశాల్యములో పరిభ్రమించినపుడు పొందు ఘనాకృతి యొక్క ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తి

a) $b^2 : a^2$

b) $a^2 : b^2$

c) $a : b$

d) $b : a$

28. $\int_0^{\infty} x^6 e^{-x/2} dx =$

a) $\frac{6}{2^7}$

b) $\frac{6}{2^6}$

c) $2^6 \cdot 6$

d) $2^7 \cdot 6$

B

[Turn over

3023

8

29. $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ అవకలన సమీకరణము యొక్క ఒక సమాకలన గుణకము (Integrating factor) $\cos x$ అయిన, $P =$

a) $-\cot x$

b) $\cot x$

c) $\tan x$

d) $-\tan x$

30. మూల స్థానములోని కేంద్రముతో అన్ని వృత్తముల అవకలన సమీకరణము

a) $x dy + y dx = 0$

b) $x dy - y dx = 0$

c) $x dx + y dy = 0$

d) $x dx - y dy = 0$

31. $16x^2 + 25y^2 = 400$ వక్రమున స్పర్శరేఖకు నాభి నుండి గీచిన లంబ పొడము యొక్క బిందుపథము

a) $x^2 + y^2 = 4$

b) $x^2 + y^2 = 25$

c) $x^2 + y^2 = 16$

d) $x^2 + y^2 = 9$

32. $xy = 18$ ఆయతాకృతి అతిపరవలయము యొక్క నాభీలలో ఒకటి

a) (6, 6)

b) (3, 3)

c) (4, 4)

d) (5, 5)

B

33. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ అతిపరవలయమున నియత రేఖ పైలోని ఏదే ఒక బిందువు నుండి గీసిన స్పర్శరేఖలను సంధించు జ్యా దాని ద్వారా పోవును.

- a) సదిశ
- b) నాభి
- c) నియత రేఖ
- d) నాభి లంబము

34. a మరియు b స్థిరాంకములుగా ఉన్నపుడు, $a + by^2 = x^2$ నుండి ఇచ్చిన మూలము నుండి x దూరములో నున్నపుడు సరళ రేఖతో చలించు కణమున వేగము v అయియుండును. అప్పుడు దాని త్వరణము

- a) $\frac{b}{x}$
- b) $\frac{a}{x}$
- c) $\frac{x}{b}$
- d) $\frac{x}{a}$

35. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ మరియు $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1$ వక్రముల నడుమ గల కోణము

- a) $\frac{\pi}{4}$
- b) $\frac{\pi}{3}$
- c) $\frac{\pi}{6}$
- d) $\frac{\pi}{2}$

36. OQ యూనిట్ సదిశ పైలోని OP ప్రక్షేపము $OPRQ$ సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యమున మూడవవంతుకు సమముగా ఉండును. అప్పుడు $\angle POQ$ కి సమము

- a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$
- b) $\cos^{-1}\left(\frac{3}{10}\right)$
- c) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$
- d) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

B

[Turn over

37. $[\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} + \vec{k}, \vec{k} + \vec{i}]$ విలువ

- a) 0
b) 1
c) 2
d) 4

38. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ అసమతలీయ (Non-coplanar) సదిశల క్రమం

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} \text{ అయిన,}$$

- a) \vec{a}, \vec{b} కి సమాంతరముగా ఉండును
b) \vec{b}, \vec{c} కి సమాంతరముగా ఉండును
c) \vec{c}, \vec{a} కి సమాంతరముగా ఉండును
d) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

39. స్థితి సదిశ \vec{a} అయియున్న మరియు సదిశ \vec{n} కి లంబముగా నుండు ఒక బిందువు ద్వారా పోవు ఒక సమతలము యొక్క సదిశ సమీకరణము

- a) $\vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{a} \cdot \vec{n}$
b) $\vec{r} \times \vec{n} = \vec{a} \times \vec{n}$
c) $\vec{r} + \vec{n} = \vec{a} + \vec{n}$
d) $\vec{r} - \vec{n} = \vec{a} - \vec{n}$

40. $\left| \vec{r} - (2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}) \right| = 5$ గోళము యొక్క కేంద్రము మరియు వ్యాసార్థము

- a) $(2, -1, 4)$ మరియు 5
b) $(2, 1, 4)$ మరియు 5
c) $(-2, 1, 4)$ మరియు 6
d) $(2, 1, -4)$ మరియు 5

విభాగము - B

- గమనిక : i) ఏవేని పది ప్రశ్నలకు జవాబు వ్రాయుము.
 ii) ప్రశ్న సంఖ్య 55 అనివార్యము మరియు మిగిలిన ప్రశ్నలలో ఏవేని తొమ్మిది ప్రశ్నలను ఎన్నుకొని జవాబు వ్రాయుము.
 iii) ప్రతియొక్క ప్రశ్నకు ఆరు మార్కులు.

10 × 6 = 60

41. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క సంలగ్నమును (Adjoint) కనుగొనుము మరియు

$$A (adj A) = (adj A) A = | A | I \text{ ఫలితమును నిజమని నిరూపించుము.}$$

42. నిర్ధారక పద్ధతి ద్వారా ఈ క్రింది సమీకరణములను విడదీయుము :

$$2x + 2y + z = 5$$

$$x - y + z = 1$$

$$3x + y + 2z = 4$$

43. 'ఒక రాంబస్ యొక్క కర్ణములు సమకోణములై యున్నవి.' దీనిని సదిశ పద్ధతి ద్వారా ఋజువుపరచుము.

44. a) ఏదే సదిశ \vec{a} కోసం

$$\vec{i} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + \vec{j} \times (\vec{a} \times \vec{j}) + \vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{k}) = 2\vec{a} \text{ అని ఋజువుపరచుము.}$$

b) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-4}{6}$ మరియు $x+1 = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{2}$ రేఖల నడుమ గల కోణమును కనుగొనుము.

B

[Turn over

45. Z చలరాశి సంకీర్ణ సంఖ్యను P ప్రతినిధించును. $|Z - 3i| = |Z + 3i|$ అయిన, P యొక్క బిందుపథమును కనుగొనుము.

46. $3 + i$ ఒక మూలమయిన $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 20 = 0$ సమీకరణమును విడదీయుము.

47. a) $f(x) = x^3 - 3x + 3$, $0 \leq x \leq 1$ ఫలనముకోసం రోల్లే సిద్ధాంతము నిజమని నిరూపించుము.

b) విలువ కనిపెట్టుము : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$.

48. $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 4x$ ఫలనము యొక్క ఉత్తానత అంతరములు (Intervals of concavity) మరియు నతి పరివర్తన బిందువులను (Points of inflexion) కనుగొనుము.

49. $W = x + 2y + z^2$ మరియు $x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t$ అయిన, $\frac{dW}{dt}$ ని కనుగొనుము.

50. విలువ కనిపెట్టుము : $\int_0^{\pi/2} \log(\tan x) dx$.

51. విడదీయుము : $\frac{dy}{dx} + xy = x$.

52. $(p \wedge q) \vee r$ కోసం సత్య సారణిని (Truth table) రచించుము.

53. నిరంతర విభాజనములో X యొక్క p.d.f.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & ; 0 < x < 2 \\ 0 & ; \text{మరియొకటిగా} \end{cases}$$

విభాజనము యొక్క మధ్యమము మరియు విస్తృతిని కనుగొనుము.

54. ఒక పోసాన్ విభాజనములో $P(X=2) = P(X=3)$ అయిన, $P(X=5)$ ను కనుగొనండి.

[$e^{-3} = 0.050$ అని ఇవ్వబడినది.]

55. a) $p \rightarrow q$ మరియు $q \rightarrow p$ లు సమాన పదాలు కాదు అని చూపుము.

లేదా

b) దీర్ఘచతురస్రాకృతి అతిపరవలయమునకు ఏదే బిందువులో నుండు స్పర్శరేఖ అనంత స్పర్శరేఖలతో (Asymptotes) స్థిర వైశాల్యము గల ఒక త్రిభుజమును రూపించును అని ఋజువుపరచుము.

విభాగము - C

గమనిక : i) ఏవేని పది ప్రశ్నలకు జవాబు వ్రాయుము.

ii) ప్రశ్న సంఖ్య 70 అనివార్యము మరియు మిగిలిన వానిలో ఏవేని తొమ్మిది ప్రశ్నలను ఎన్నుకొని జవాబు వ్రాయుము.

iii) ప్రతియొక్క ప్రశ్నకు పది మార్కులు. 10 × 10 = 100

56. μ యొక్క ఏ విలువలకోసం $x + y + 3z = 0$, $4x + 3y + \mu z = 0$, $2x + y + 2z = 0$

సమీకరణములు

i) అసంగత సమాధానము

ii) సంగత సమాధానములను పొందియున్నవి ? [కోటి పద్ధతిని (Rank method) ఉపయోగించుము.]

57. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ మరియు $\vec{d} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

అయినపుడు $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = [\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{c}] \vec{c} - [\vec{a} \ \vec{b} \ \vec{d}] \vec{d}$ నిజమని

నిరూపించుము.

B

[Turn over

58. $(-1, 1, 1)$ మరియు $(1, -1, 1)$ బిందువుల ద్వారా పోవు మరియు $x + 2y + 2z =$ సమతలమునకు లంబముగా నుండు సమతలము యొక్క సదిశ మరియు కార్డిసియన్ సమీకరణములను కనుగొనుము.

59. $x^2 - 2x + 4 = 0$ యొక్క మూలములు α మరియు β లయిన,

$\alpha^n - \beta^n = i 2^{n+1} \sin \frac{n\pi}{3}$ అని ఋజువుపరచుము మరియు $\alpha^9 - \beta^9$, $n \in N$ ను నిగమనము (Deduce) చేయుము.

60. ఒక రైల్వే వంతెన యొక్క దూలము పరవలయము రూపముగా ఉన్నది మరియు అది 100 అడుగులతో వ్యాపించియున్నది మరియు దాని కమాను పైలోని అత్యంత ఎత్తు బిందువు వంతెన పైలోని 10 అడుగులో ఉన్నది. వంతెన యొక్క మధ్య-బిందువు నుండి ఎడమ లేదా కుడి వైపుకు 10 అడుగులో వంతెన యొక్క కమాను ఎత్తును కనుగొనుము.

61. $9x^2 + 25y^2 - 18x - 100y - 116 = 0$ దీర్ఘవృత్తము యొక్క ఉత్కేంద్రత, కేంద్రము, శీర్షములు మరియు నాభీలను కనుగొనుము మరియు దాని వక్ర రేఖాపటమును గీయుము.

62. $x + 2y - 12 = 0$ మరియు $x - 2y + 8 = 0$ లకు సమానాంతరముగా నుండు అతిపరవలయము యొక్క అనంత స్పర్శరేఖలయి యున్నచో ఆ అతిపరవలయము యొక్క సమీకరణమును కనుగొనుము. అతిపరవలయమున కేంద్రము $(2, 4)$ అయియున్నది మరియు $(2, 0)$ బిందువు ద్వారా పోయియున్నది.

63. $y^2 = x$ మరియు $xy = k$ వక్రములు ఒకటికొకటి లంబకోణీయముగా (Orthogonally) ఖండించియున్నచో $8k^2 = 1$ అని ఋజువుపరచుము.

64. r వ్యాసార్థము గల ఒక అర్థవృత్తమును అంతర్స్పర్శించుకొనగల అతి పెద్ద దీర్ఘచతురస్రాకృతి యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనుము.

B

65. $y^2 = 2x^3$ వక్రమును అనురేఖించుము (Trace).

66. $t = 0$ మరియు $t = \pi$ నడుమ గల $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ వక్రము యొక్క పొడవును కనుగొనుము.

67. ఒక యాస్ట్ కృషిలో బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య ప్రస్తుతములో నుండు సంఖ్యకు నైపుత్తిక దరతో వృద్ధియగును. బ్యాక్టీరియాల ఒక గుంపు 1 గంటలో మూడువందల 5 గంటల చివరికి బ్యాక్టీరియాల సంఖ్య ప్రారంభపు సంఖ్య యొక్క 3^5 వంతు వృద్ధించునని చూపుము.

68. విడదీయుము : $(D^2 - 6D + 9)y = x + e^{2x}$.

69. అన్ని $a, b \in G$ ల కోసం $a * b = a + b + ab$ నుండి ఇచ్చిన * ప్రక్రియకు సంబంధించినట్లు ఒక అబీలియన్ సమూహము '-1' ని వదలి అన్ని అకరణీయ సంఖ్యల G సమితిని రూపించునని చూపుము.

70. a) ఒక నిర్దిత కాలేజీలో నుండు 500 విద్యార్థుల మధ్యమ బరువు 151 పౌండులు మరియు క్రమ విచలనము 15 పౌండులు. బరువులు సాధారణముగా విభాజనము చేయబడినది అని భావించి, ఎన్ని విద్యార్థుల బరువు

i) 120 మరియు 155 పౌండుల నడుమ ఉన్నది

ii) 185 పౌండుల కన్నా ఎక్కువ ఉన్నది అని కనుగొనుము.

Z	2.067	0.2667	2.2667
వైశాల్యము	0.4803	0.1026	0.4881

లేదా

b) $y = 3x^2 - x$ వక్రము మరియు $x = -1$ మరియు $x = 1$ నడుమ గల x -అక్షము నుండి ఆవరించియున్న ప్రదేశము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనుము.

B