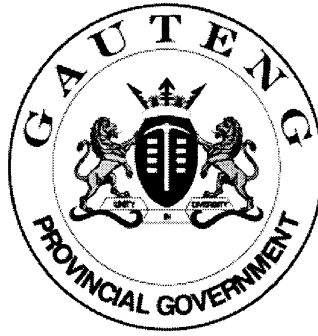


SENIORSERTIFIKAAT- EKSAMEN



FEBRUARIE / MAART

2007

ADDISIONELE
WISKUNDE

HG

302-1/0 A

ADDISIONELE WISKUNDE HG



302 1 0A

HG

16 bladsye

X05



KOPIEREG VOORBEHOU
GOEDGEKEUR DEUR UMALUSI



GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

ADDISIONELE WISKUNDE HG

TYD: 3 uur

PUNTE: 400

INSTRUKSIES:

- Hierdie vraestel bestaan uit VYF afdelings.
 - Afdeling A is VERPLIGTEND.
 - Beantwoord ook nog enige TWEE ander afdelings uit Afdeling B, C, D en E.
 - Elke afdeling moet in 'n **aparte antwoordboek beantwoord word en die betrokke afdeling moet duidelik op die buiteblad aangetoon word**. Plaas alle antwoordboeke in die antwoordboek vir Afdeling A voordat jy dit inlewer.
 - Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy daar anders aangedui word.
 - Hierdie vraestel bestaan uit 16 bladsye. Statistiese tabelle en 'n formuleblad kom onderskeidelik voor op bladsye 14, 15 en 16.
 - Alle noodsaaklike berekeninge moet duidelik getoon word.
 - Alle hoeke is in radiale en antwoorde moet ook in radiale gegee word.
 - Skryfwerk moet leesbaar wees.
-
-

AFDELING A
VERPLIGTEND
CALCULUS

VRAAG 1

1.1 Bereken die omtrek en oppervlakte van 'n sektor van 'n sirkel met radius 2 en die middelpuntshoek gelyk aan $\frac{\pi}{6}$. Gee die antwoord in terme van π . (6)

1.2 $f: x \rightarrow bg \cos(x + 1)$

1.2.1 Bepaal die definisieversameling van f . (4)

1.2.2 Skets die grafiek van f . (6)

1.3 Doen hierdie vraag sonder die gebruik van 'n sakrekenaar. Bepaal:

1.3.1 $bg \sin\left(\sin \frac{11\pi}{6}\right)$ (6)

1.3.2 $\tan \frac{7\pi}{12}$ (6)
[28]

VRAAG 2

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & \text{as } x < 2 \\ 5 & \text{as } x = 2 \\ -x + 6 & \text{as } 2 < x \leq 4 \\ 2 & \text{as } x > 4 \end{cases}$$

2.1 Bepaal of f kontinuu is by die volgende punte en motiveer volledig. Indien nie kontinuu nie, sê watter tipe diskontinuuiteit dit is:

2.1.1 Die punt waar $x = 2$ (8)

2.1.2 Die punt waar $x = 4$ (6)

2.2 Aanvaar die funksie is kontinuu by $x = 4$. Bepaal of f differensieerbaar is by $x = 4$, deur van algebraïese metodes gebruik te maak. Dit is nie nodig om vanuit eerste beginsels te werk nie. (6)
[20]

VRAAG 3

Bereken, indien moontlik:

$$3.1 \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} \quad (8)$$

$$3.2 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{\sqrt{9x^2+1}} \quad (6)$$

[14]

VRAAG 4

Bepaal die volgende afgeleides:

$$4.1 \quad f'(x) \text{ vanuit grondbeginsels indien } f(x) = \sqrt{2x-1} \quad (10)$$

$$4.2 \quad \frac{dy}{dx} \text{ as } y = \frac{\operatorname{cosec} 3x}{x^3} \quad (8)$$

$$4.3 \quad D_x(\sin^3(\operatorname{bg} \tan x)) \quad (8)$$

$$4.4 \quad \text{Die n}^{\text{de}} \text{ afgeleide van } f(x) = \frac{2}{1+2x} \quad (12)$$

[38]

VRAAG 5

Gegewe dat $f(x) = x^2 - 4x$, bepaal die oppervlakte onder die grafiek van $f(x)$ en bo die X-as tussen $x = 3$ en $x = 6$. Gebruik die tegniek om die oppervlakte te benader deur n stroke van gelyke breedte en die Riemann-som te bepaal vir die oppervlakte van hierdie reghoeke. Laat dan $n \rightarrow \infty$

[20]

VRAAG 6

Bepaal die volgende integrale:

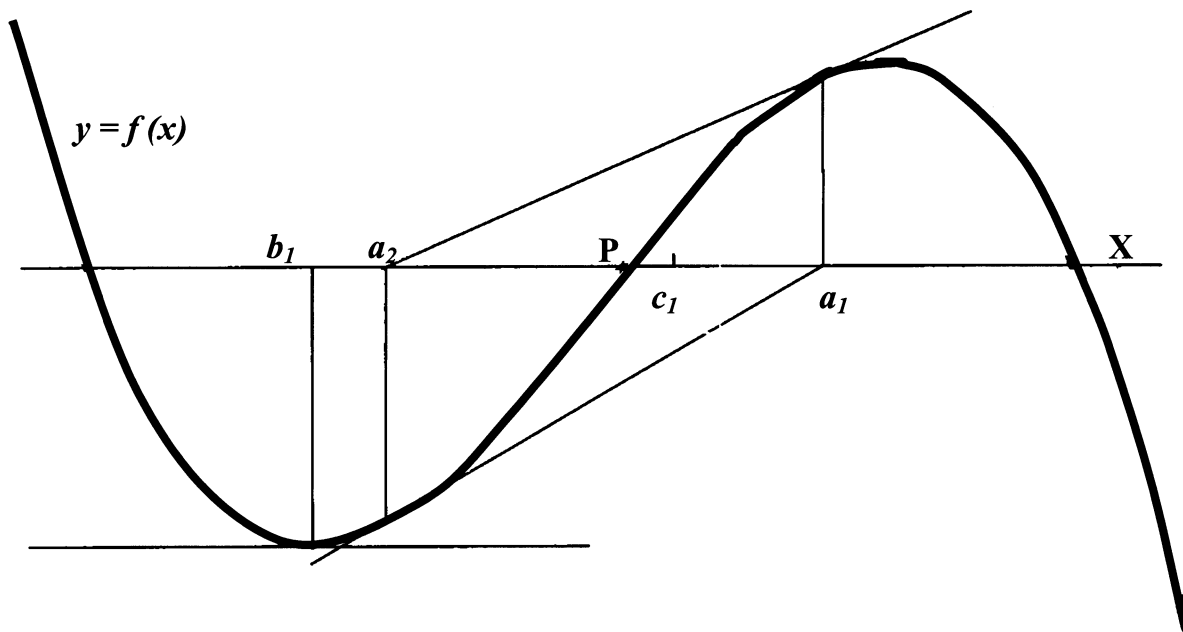
$$6.1 \quad \int \frac{\operatorname{bg} \tan 2x}{1+4x^2} dx \quad (6)$$

$$6.2 \quad \int_0^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \frac{dx}{9x^2+4} \quad (12)$$

[18]

b.o.

VRAAG 7

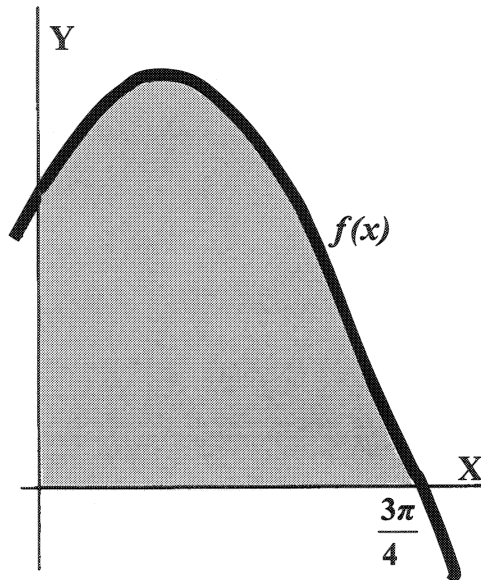


Die kromme $y = f(x)$ hierbo het 'n nulpunt by P . Drie Addisionele Wiskunde-kandidate, Snap, Crackle en Pop is gevra om P te vind met Newton se metode. Elkeen gebruik 'n verskillende waarde as eerste benadering.

- 7.1 Snap begin met a_1 maar ondervind 'n probleem. Verklaar sy probleem vanuit 'n grafiese perspektief. (6)
 - 7.2 Crackle begin met b_1 en ondervind ook 'n probleem. Verklaar sy probleem grafies. (4)
 - 7.3 Pop begin met c_1 en bepaal die korrekte waarde van P . Bereken hierdie antwoord, korrek tot drie desimale plekke, as $f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 2x - 1$ en $c_1 = 0,5$. (10)
- [20]**

VRAAG 8

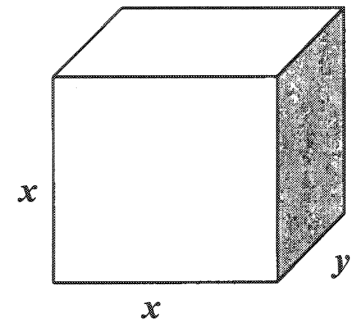
Die funksie $f(x) = \sin x + \cos x$ is hieronder geskets vir die interval $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$.



- 8.1 Bereken die oppervlakte tussen $f(x)$ en die x -as tussen $x = 0$ en $x = \frac{3\pi}{4}$. (10)
- 8.2 Bepaal die volume van die omwentelingsliggaam verkry deur die kromme, $f(x)$ tussen $x = 0$ en $x = \frac{3\pi}{4}$ om die x -as te roteer. (16)
[26]

VRAAG 9

Posregulasies skryf voor dat 'n reghoekige pakkie nie 'n sekere grootte mag oorskry nie, naamlik dat $x + 4y = 78$. (Dit mag ook minder wees).



- 9.1 Toon aan dat die formule in terme van x vir die volume van so 'n pakkie gegee word deur $V(x) = 78x^2 - 4x^3$ (4)
- 9.2 Bereken vervolgens die afmetings van die grootste moontlike reghoekige pakkie met 'n vierkantige dwarsdeursnee. Toon aan dat jou antwoord wel 'n maksimum volume gee. (12)
[16]

TOTAAL VIR AFDELING A: [200]

Beantwoord enige TWEE van die volgende VIER afdelings.

AFDELING B
WISKUNDE VAN FINANSIES

Gee antwoorde korrek tot die naaste sent, waar van toepassing.

VRAAG 10

Die jaarlikse koste- en inkomstefunksies van 'n wynboer word gegee as

$$C(q) = \frac{2}{3}q^3 + 10q^2 + 15\,000 \text{ en}$$

$$R(q) = 40q^2 + 3\,600q \text{ waar } q \text{ die aantal hektaar wingerd is wat bewerk word.}$$

Bereken die maksimum wins wat die boer jaarliks kan maak uit wynboerdery. [14]

VRAAG 11

Mnr. Mizer neem 'n lening uit by 'n bank teen 'n rentekoers van 12% per jaar saamgestelde rente vir 10 jaar en 13% per jaar saamgestelde rente vir die volgende 10 jaar. Skryf 'n formule neer in terme van x wat mnr. Mizer kan gebruik om die grootte van die lening, L , te bepaal wat hy kan uitneem as hy x rand per jaar, aan die einde van elke jaar vir 20 jaar terug betaal. Sy eerste betaling geskied een jaar na die toestaan van die lening. Dit is nie nodig om die formule te vereenvoudig nie. [12]

VRAAG 12

Vuyo neem 'n lening van R80 000 by 'n bank uit wat 12% p.j. kwartaalliks saamgestel vir 2 jaar en daarna 12% p.j. maandeliks saamgestel, vra. Hy beplan om as volg terug te betaal:

- x rand na 1 jaar
- R10 000 1½ jaar nadat die lening toegestaan is
- $2x$ rand 3 jaar nadat die lening toegestaan is
- R30 000 4 jaar nadat die lening toegestaan is, waarmee hy die lening sal delg.

Bereken x

[14]

VRAAG 13

Kloofwaters Skool het so pas 'n nuwe bus aangekoop vir R190 734,86. Die plan is om die bus oor 6 jaar te vervang met 'n nuwe een. Teen daardie tyd word dit verwag dat die een wat so pas gekoop is 'n inruilwaarde van R50 000 sal hê. Die inflasiekoers op die koste van nuwe busse is 7% per jaar.

- 13.1 Wat is die jaarlikse waardeverminderingkoers op die verminderende saldo wat gebruik is om die inruilwaarde te bereken? (4)
- 13.2 Wat is die verwagte koste van 'n nuwe bus oor 6 jaar? (4)
- 13.3 'n Delgingsfonds word gestig om voorsiening te maak vir 'n jaarlikse diens en die vervangingskoste van die bus oor 6 jaar. Die rekening wat hulle gaan gebruik, betaal rente teen 12% per jaar, maandeliks saamgestel.
- 13.3.1 Bereken die effektiewe jaarlikse rentekoers. Gee die antwoord as 'n persentasie, korrek tot twee desimale syfers. (6)
- 13.3.2 As die jaarlikse diens R4 000 kos en gedoen word aan die einde van elk van die eerste 5 jaar, hoeveel sal in totaal aan dienste spandeer wees aan die einde van die 6^{de} jaar? Gebruik $i = 0,1268$. (10)
- 13.3.3 Die delgingsfonds moet R265 266,60 na 6 jaar wees. Hierdie bedrag maak voorsiening vir die dienste, asook die aankoop van die nuwe bus. Bereken die maandelikse bedrag wat in die delgingsfonds inbetaal moet word. Betalings geskied aan die einde van elke maand en hou aan tot die aankoop van die nuwe bus. (10)

[34]

VRAAG 14

'n Vaste maandelikse betaling van R1 000,00 word gemaak in 'n rekening wat 6% rente per jaar, maandeliks saamgestel, verdien. Dit strek oor 'n periode van 10 jaar.

- 14.1 Bepaal die waarde van die annuïteit aan die einde van die tien jaar. Betalings word aan die einde van elke maand gemaak, beginnende aan die einde van maand 5, en eindigende 4 maande voor die einde van die 10 jaar periode. (14)
- 14.2 Na 10 jaar verdien die annuïteit van R152 661,73 nou rente teen 9% per jaar, maandeliks saamgestel. Geen verdere betalings word gemaak nie. Na presies een maand begin maandelikse onttrekkings van R3 000,00. Bereken hoeveel sulke onttrekkings gedoen kan word. (12)
- [26]**

TOTAAL VIR AFDELING B: [100]

AFDELING C ANALITIESE MEETKUNDE

VRAAG 15

Skryf alle antwoorde op hierdie vraag korrek tot twee desimale plekke.

- 15.1 Bepaal die stomphoek tussen die lyne $x + y - 4 = 0$ en $x + 7y - 7 = 0$. (8)
- 15.2 Bepaal die vergelyking van die halveerlyn van die skerphoek tussen die lyne in Vraag 15.1. (8)
- [16]**

VRAAG 16

- 16.1 Bepaal die vergelyking van die gemeenskaplike koord van die sirkels $x^2 + y^2 - 8x - 4y = 0$ en $x^2 + y^2 - 10x + 20 = 0$. (4)
- 16.2 Toon aan dat dit wel 'n gemeenskaplike raaklyn is, d.i. dat die sirkels slegs by een punt raak. (8)
- [12]**

VRAAG 17

'n Parabool word gedefinieer deur die vergelyking $y^2 + 8x - 6y + 1 = 0$.

17.1 Skryf die vergelyking in die vorm $(y - h)^2 = 4a(x - k)$. (8)

17.2 Bepaal vervolgens

17.2.1 die draaipunt.

17.2.2 die brandpunt.

17.2.3 die riglyn.

17.2.4 die lengte van die fokaalkoord loodreg op die simmetrie-as. (8)

[16]

VRAAG 18

18.1 Toon aan dat die kromme met vergelyking $9x^2 - 16y^2 + 54x - 32y = 79$ 'n hiperbool is deur te bewys dat sy vergelyking ook in die vorm

$$\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$$

geskryf kan word.

(10)

18.2 Skryf die asimptote van die kromme neer. (8)

18.3 Skets vervolgens die grafiek van die hiperbool. (10)

[28]

VRAAG 19

Die punte $A(1 ; 0 ; 2)$ $B(2 ; -3 ; 0)$ $C(0 ; -2 ; 3)$ vorm die hoekpunte van 'n driehoek.

19.1 Bepaal die hoek tussen die lyne AC en BC . (Gee jou antwoord korrek tot een desimale plek.) (12)

19.2 Bepaal vervolgens die oppervlakte van ΔABC . (Gee jou antwoord korrek tot twee desimale plekke.) (4)

19.3 Bepaal die vergelyking van die plat vlak wat ΔABC bevat. (12)

[28]

TOTAAL VIR AFDELING C: [100]

AFDELING D

ALGEBRA

VRAAG 20

20.1 Gebruik wiskundige induksie en bewys dat $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2^k} = 1 - \frac{1}{2^n}$

vir alle $n \in \mathbb{N}$. (16)

20.2 Ontbind $\frac{4}{(x^2 + 2)(x^2 + 1)}$ in partiële breuke. (16)

20.3 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ met nulpunte a , b en c . Bepaal die waarde van $a^2 + b^2 + c^2$. (14)
[46]

VRAAG 21

21.1 Stel **Eisenstein se kriterium**. (8)

21.2 Gebruik Eisenstein se kriterium om vas te stel of die polinoom $x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 12$ onontbindbaar in $\mathbb{Z}[x]$ is. (8)

21.3 As $1 - \sqrt{2}$ 'n nulpunt van $f(x) = x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 16x^2 - 5x - 5$ is, faktoriseer $f(x)$ volledig oor \mathbb{R} . (18)
[34]

VRAAG 22

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{2x - 1}$$

Die grafiek van hierdie funksie het geen draaipunte nie en is stygend.

22.1 Bepaal die grafiek se afsnitte met die asse. (6)

22.2 Bepaal alle asimptote van hierdie funksie. Toon alle bewerkings. (6)

22.3 Skets die grafiek van $y = f(x)$, en toon alle asimptote en afsnitte met die asse aan. (8)
[20]

TOTAAL VIR AFDELING D: [100]

AFDELING E
STATISTIEK

Antwoorde moet korrek tot vier desimale syfers gegee word, indien nodig.

VRAAG 23

23.1 Op hoeveel maniere kan

23.1.1 3 pryse aan 18 persone gegee word indien al die pryse dieselfde is en 'n persoon meer as een prys kan wen? (4)

23.1.2 8 pryse aan 18 persone gegee word indien daar een eerste, een tweede en 6 derde pryse is? 'n Persoon kan slegs een prys wen. (6)

23.2 Hoeveel wedstryde moet geskeduleer word vir die toekomstige Super 14-rugby, indien elke span twee maal teen elke ander span moet speel? (6)
[16]

VRAAG 24

Die volgende is bekend oor gebeurtenisse A en B:

- Hulle is onafhanklik
- $P(A) = 2P(B)$
- Die waarskynlikheid dat beide van die twee gebeurtenisse sal plaasvind, is 0,625

Bepaal $P(A)$. **[16]**

VRAAG 25

“Super Sweets” is 'n maatskappy wat lekkers maak. Aan die einde van elke dag word alle suigstokkies wat afgekeur is, in 'n groot houer gegooi vir die werknemers. Martin loop 6 keer verby hierdie houer met lekkers, en neem elke keer een suigstokkie sonder om te kyk watter kleur dit is.

Bepaal die waarskynlikheid van elke geval hieronder as 'n persentasie, indien dit bekend is dat 15% van die suigstokkies in die houer groen is:

25.1 Martin neem twee groen suigstokkies. (8)

25.2 Martin neem twee of meer groen suigstokkies. (8)
[16]

VRAAG 26

'n Waarskynlikheidsdigtheidsfunksie word soos volg gedefinieer:

$$f(x) = \begin{cases} a(6-x); 0 \leq x \leq 6 \\ 0 \text{ andersins} \end{cases} \quad \text{vir 'n konstante } a$$

26.1 Bepaal die waarde van a . (10)

26.2 Bepaal die mediaan van die verdeling. (Die mediaan word gedefinieer as die waarde m sodat $P(X \leq m) = 0,5$). Aanvaar $a = \frac{1}{18}$. (12)
[22]

VRAAG 27

Suurwurms word verkoop in pakkies met 'n massa wat normaal verdeel is om 'n gemiddelde van 250 g en 'n standaardafwyking van 6 g.

Bereken hoeveel pakkies waarskynlik minder as 240 g of meer as 260 g sal weeg in 'n houer wat 100 pakkies bevat. [14]

VRAAG 28

'n Sekere nuusblad voorspel dat 53% van die populasie in Suid-Afrika graag die naam van die hoofstad Pretoria sal wil verander na Tshwane.

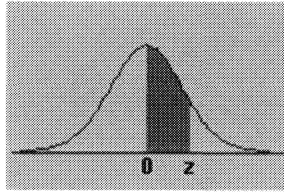
28.1 Watter steekproefgrootte was nodig om hierdie beraming korrek tot binne 5% met 98% vertroue te verkry? (10)

28.2 As ek 'n ondersoek gedoen het onder 2 000 persone, wat sou die akkuraatheid van my voorspelling vir dieselfde graad van vertroue wees? Gee die antwoord as 'n persentasie korrek tot een desimale syfer. (6)
[16]

TOTAAL VIR AFDELING E: [100]

TOTAAL: 400

Normal Distribution/ Normaalverdeling



$$P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \frac{e^{-x^2}}{2} dx$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0		0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

FORMULA SHEET/ FORMULEBLAD

Differential and Integral Calculus

Differensiaal- en Integraalrekenen

$s = r\theta$ $A = \frac{1}{2}r^2\theta$

$\sin^2x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ $\cos^2x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

$\sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A+B) + \sin(A-B))$

$\sin A \cdot \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B))$

$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B))$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$

$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Riemann Sum = $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$

$F(x)$	$F'(x)$
$a \cdot x^n$	$na \cdot x^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
$\operatorname{arc} \sin x$ $\operatorname{bg} \sin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arc} \cos x$ $\operatorname{bg} \cos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arc} \tan x$ $\operatorname{bg} \tan x$	$\frac{1}{x^2+1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Financel/ Finansies

$F = P(1+i)^n$ $F = P(1-i)^n$

$F = P(1+in)$ $F = P(1-in)$

$P = x \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$ $F = x \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$

Analytical Geometry/ Analitiese Meetkunde

$y = 4ax^2$ $yy_1 = 2a(x+x_1)$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ $\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$

Algebra

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ $\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$

$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$ $\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = \frac{c}{a}$

$\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = -\frac{d}{a}$

Statistics / Statistiek

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ ${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$

$P(X = x) = \frac{\binom{p}{x} \binom{N-p}{n-x}}{\binom{N}{n}}$

$z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$

$P(\bar{X} - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 0.95$

$P\left(p - 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 0.95$

Mathematics Formula Sheet / *Wiskunde Formuleblad*

1. $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2. $T_n = a + (n - 1)d$

3. $S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

4. $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

5. $T_n = ar^{n-1}$

6. $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$

7. $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

8. $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$

9. $A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

10. $A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$

11. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

12. $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

13. $y = mx + c$

14. $y - y_1 = m(x - x_1)$

15. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

16. $m = \tan \theta$

17. $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

18. $y^2 + x^2 = r^2$

19. $(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$

20. $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$

21. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$

22. $\text{area } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$

23. $\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$

24. $\sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$

25. $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

26. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

27. $\sin 2A = 2 \sin A \cos A$